

Etude paramétrique de la stabilité du schéma D1Q3 pour l'équation d'advection

Thomas BELLOTTI, IRMA - Strasbourg Filipa CAETANO, LMO - Orsay

François DUBOIS, LMSSC CNAM Paris - LMO Orsay

Benjamin GRAILLE, LMO - Orsay

On considère un schéma de Boltzmann sur réseau monodimensionnel à trois vitesses discrètes (D1Q3) pour approcher l'équation d'advection à vitesse constante, dans le cas particulier où la diffusion de l'équation équivalente est nulle. Ce schéma est alors d'ordre deux. Il est paramétré par la vitesse d'advection et par les deux paramètres de relaxation s_1 et s_2 . Nous proposons de mener une étude algébrique de la stabilité de ce schéma en nous appuyant sur l'algorithme de Schur-Cohn ([1]). Cet algorithme itératif donne une condition nécessaire et suffisante pour que les racines de polynômes de variable complexe soient de module plus petit que un. Dans le cas d'un jeu de paramètres fixé, l'algorithme fournit directement la réponse sur la stabilité du schéma. L'enjeu de notre travail est de donner la description de la frontière de la zone de stabilité sous forme d'une relation explicite entre les paramètres de relaxation du schéma :

$$0 \leq s_1 \leq 2 \quad \text{et} \quad 0 \leq s_2 \leq s_2^*(s_1) = \frac{\sqrt{\Delta} + b + a}{\sqrt{\Delta} + b},$$

où

$$a = 8 - 8s_1 + s_1^2, \quad b = 2s_1(2 - s_1), \quad \Delta = a^2 + b^2.$$

On donnera des illustrations numériques de nos résultats.

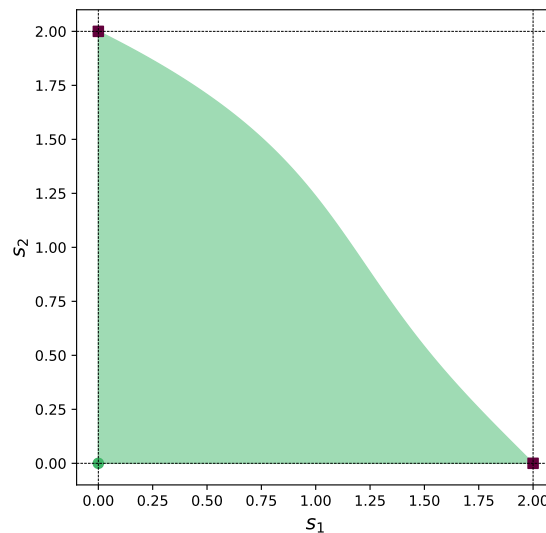


FIGURE 1 – Zone de stabilité

[1] J. C. Strikwerda. *Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations, Second Edition*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2004.