

Une méthode de frontière immergée pour le problème inverse de la tomographie par impédance électrique

Jérémi DARDÉ, Institut de mathématiques de Toulouse - Toulouse

Niami NASR, Institut Camille Jordan - Saint-Étienne

Lisl WEYNANS, Institut de mathématiques de Bordeaux - Bordeaux

La tomographie par impédance électrique (EIT) est une technique d'imagerie non invasive visant à reconstruire la distribution de conductivité électrique à l'intérieur d'un domaine en appliquant des courants électriques au bord du domaine à des électrodes et en mesurant les tensions résultantes. Mathématiquement, le problème, connu sous le nom de problème de Calderón ou problème inverse de conductivité, est un problème inverse fortement mal posé. L'inconnue principale de ce problème inverse est la conductivité, mais des manques d'information pour d'autres variables telles que la forme géométrique du domaine dans lequel nous visons à reconstruire la conductivité, ainsi que les positions des électrodes, peuvent influencer la qualité de la reconstruction. Par conséquent, nous considérons le problème EIT avec une géométrie inconnue mobile [2].

La résolution d'un tel problème peut être coûteuse en termes de calcul, en particulier lors de l'utilisation de méthodes numériques qui nécessitent un maillage adapté à cause des étapes de remaillage. Pour éviter celles-ci, nous proposons une approche par méthode de frontière immergée (IBM) pour la résolution numérique du problème direct de la tomographie par impédance électrique suivant, où l'on cherche à trouver u le potentiel à l'intérieur du domaine Ω et $U = (U_1, \dots, U_M)$ le potentiel mesuré à travers les électrodes $E_m \subset \Omega$, $m \in \{1, \dots, M\}$, tel que,

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (\sigma \nabla u) = 0 & \text{dans } \Omega, \\ \sigma \partial_\nu u = 0 & \text{sur } E_c, \\ \sigma \partial_\nu u + \frac{1}{z_m}(u - U_m) = 0 & \text{sur } E_m, \text{ pour } m = 1, \dots, M, \\ \int_{E_m} \sigma \partial_\nu u \, ds(x) = I_m, & \text{pour } m = 1, \dots, M. \end{cases} \quad (1)$$

Ici, z_m représente l'impédance de contact entre les électrodes E_m et le bord.

Notre méthode de frontière immergée, similaire à celle décrite dans [1], permet l'utilisation d'un maillage cartésien sans nécessiter une discrétisation précise de la frontière, ce qui s'avère utile dans les situations où la frontière est complexe et/ou changeante. Nous démontrons la convergence de notre méthode et nous illustrons l'efficacité pour les problèmes directs et inverses en deux dimensions [3].

- [1] M. Cisternino, L. Weynans. *A parallel second order Cartesian method for elliptic interface problems*. Commun. Comput. Phys., **12(5)**, 2012. doi :10.4208/cicp.160311.090112a.
- [2] J. Dardé, N. Hyvönen, A. Seppänen, S. Staboulis. *Simultaneous recovery of admittivity and body shape in electrical impedance tomography : an experimental evaluation*. Inverse Probl., **29(8)**, 2013. doi :10.1088/0266-5611/29/8/085004.
- [3] J. Dardé, N. Nasr, L. Weynans. *Immersed boundary method for the complete electrode model in electrical impedance tomography*. Journal of Computational Physics, 2023.