Développement d'une méthode de Boltzmann sur réseau pour l'intrusion d'eau salée dans des aquifères

Théo COIFFARD, MIA - La Rochelle

Un aquifère est une couche de roche perméable capable de stocker et de fournir de l'eau souterraine. Les schémas de Boltzmann sur réseau sont connus pour leurs performances dans l'approximation de fluides libres (Navier-Stokes). Dans les espaces poreux comme les aquifères, les études sur cette méthode étaient moins importantes, encore moins pour de grandes échelles. Or les aquifères peuvent faire plusieurs dizaines de kilomètres de long.

Développée dans le cadre de la théorie cinétique des gaz, l'équation de Boltzmann est un modèle mathématique exprimant la dynamique de particules libres au sein d'un système. La méthode de Boltzmann sur réseau peut être vue comme son pendant numérique. Elle permet de simuler des écoulements complexes de type Navier-Stokes. Après discrétisation de l'équation de Boltzmann modélisant la dynamique de particules au sein d'un système, le schéma numérique se déroule en deux étapes : l'étape de collision et l'étape de transfert. Cette seconde étape consiste à transférer la quantité (distribution) d'un nœud à son voisin selon une vitesse. Selon l'échelle d'observation, les particules lors d'un écoulement en milieu poreux ne peuvent pas toujours être considérées comme libres. En effet, la sédimentation agit comme un obstacle pour les particules. Si le problème est regardé de manière microscopique (à l'échelle des pores) nous pouvons considérer que l'écoulement a lieu au travers d'un ensemble de grains (modélisés géométriquement). Dans ce cas, les particules sont libres. Mais à l'échelle de notre observation on ne distingue plus les obstacles et nous allons en tenir compte en faisant rebondir une partie des particules. L'approche consiste à non plus transférer la quantité totale de la distribution à son voisin mais plutôt une quantité pondérée par l'intervention du paramètre θ.

$$f_i(x+\vec{c}_i\Delta t, t+\Delta t) = (1-\theta) f_i^{coll}(x,t) + \theta f_{opp(i)}(.,t) \tag{1}$$

De nombreux schémas de la littérature dans le contexte des milieux poreux (YH [3], WBS [2] et ZM [4]) ont été construits à partir de (1). Ils se différencient par le choix de la position des bords (sur les nœuds ou à mi-distance) et de la phase utilisée pour la distribution réfléchie. Notre objectif a été de comprendre comment agit le facteur θ dans ce schéma numérique afin de le mettre en lien avec la loi de Darcy (ainsi que ses alternatives comme Darcy-Brinkman, Darcy-Forchheimer). En s'inspirant des travaux de Chen et al. [1], nous réaliserons une analyse asymptotique du schéma WBS selon différents ordres du paramètre θ. Par cette dernière, nous établirons un lien entre notre schéma numérique et un modèle mathématique. Elle permettra aussi de lier les paramètres du schéma numérique avec les paramètres physiques.

[1] C. Chen, L. Li, R. Mei, J. Klausner. *Chapman–Enskog Analyses on the Gray Lattice Boltzmann Equation Method for Fluid Flow in Porous Media.* Journal of Statistical Physics, **171**, 2018. doi : 10.1007/s10955-018-2005-1.

[2] S. D. C. Walsh, H. Burwinkle, M. O. Saar. *A new partial-bounceback lattice-Boltzmann method for fluid flow through heterogeneous media.* Comput. Geosci., **35**, 1186–1193, 2009.

[3] H. Yoshida, H. Hayashi. *Transmission–Reflection Coefficient in the Lattice Boltzmann Method.* Journal of Statistical Physics, **155**, 277 – 299, 2014.

[4] J. Zhu, J. Ma. *An improved gray lattice Boltzmann model for simulating fluid flow in multi-scale porous media.* Advances in Water Resources, **56**, 61–76, 2013. doi : https ://doi.org/10.1016/j.advwatres.2013.03.001.

Contact : `theo.coiffard@univ-lr.fr`