Réseaux de neurones et résolution d'équations au dérivées partielles

Michel DUPREZ, MIMESIS team, Inria Nancy - Grand Est, MLMS team - Strasbourg
Vanessa LLERAS, IMAG - Montpellier

Beaucoup de phénomènes physiques et chimiques sont modélisés grâce à des équations aux dérivées partielles. Celles-ci peuvent être simulées sur ordinateur grâce à des schémas numériques. L'utilisation du machine learning pour approximer les solutions des EDP est une nouvelle discipline émergente. En effet, la plupart des architectures de réseaux neuronaux peuvent être interprétées comme des schémas numériques [2]. Dans ce mini symposium, nous verrons les différents réseaux de neurones utilisés suivant les objectifs de résolution et leurs avantages. D'un côté, les méthodes basées sur le machine learning peuvent approximer la solution des EDP en minimisant le résidu ou l'énergie associée aux équations, sans utiliser les méthodes numériques traditionnelles d'approximation. Un des membres le plus populaire de cette classe de méthodes est PINNs [3]. D'autres techniques, quant à elles, exploitent le pouvoir d'approximation de l'apprentissage profond pour apprendre les opérateurs de solutions entre les espaces de fonctions, qui relient les termes sources aux solutions sous jacentes des équations [1].

Les orateurs sont :

— Invité 1 : Amaury Belières (Univ Strasbourg) nous présentera la combinaison de l'optimisation de forme avec des réseaux de neurones pour la minimisation de l'énergie de Dirichlet pour l'équation de Poisson.

— Invité 2 : Elie Bretin (INSA Lyon) nous présentera des nouvelles méthodes numériques efficaces basées sur les réseaux de neurones et la combinaison avec des schémas de splitting pour l'approximation de la courbure moyenne de surfaces orientées. Les réseaux de neurones utilisés sont basés sur la représentation par champ de phase des interfaces et approchent l'action des semi groupes d'opérateurs.

— Invité 3 : Guillaume Mestdagh (ENS Lyon) nous présentera la combinaison d'un réseau de neurones avec un problème de contrôle optimal pour l'hyperélasticité.

— Invité 4 : Killian Vuillemot (univ Montpellier et INRIA MIMESIS) nous détaillera la combinaison du Fourier Neural Operator avec une méthode non conforme basée sur les levels sets (appelée ϕ-FEM).

[1] Z. Li, N. Kovachki, K. Azizzadenesheli, B. Liu, K. Bhattacharya, A. Stuart, A. Anandkumar. *Fourier neural operator for parametric partial differential equations*, ICLR 2021.

[2] Y. Lu, A. Zhong, Q. Li, B. Dong. *Beyond finite layer neural networks : Bridging deep architectures and numerical differential equations.* In J. G. Dy, A. Krause, eds., *ICML*, vol. 80 of *Proceedings of Machine Learning Research*, pp. 3282–3291. PMLR, 2018.

[3] M. Raissi, P. Perdikaris, G. E. Karniadakis. *Physics-informed neural networks : A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations.* Journal of Computational Physics, **378**, 686–707, 2019. doi :10.1016/j.jcp.2018.10.045.

Contact : michel.duprez@inria.fr
vanessa.lleras@umontpellier.fr