

Schémas Galerkin discontinus d'ordre arbitrairement élevé : variantes et application à l'équation d'advection-diffusion 2D

Alexis TARDIEU, Université de Bordeaux, IMB, Inria - Bordeaux
Angelo IOLLO, Université de Bordeaux, IMB, Inria - Bordeaux
Afaf BOUHARGUANE, Université de Bordeaux, IMB, Inria - Bordeaux

Dans cet exposé, on présente des schémas d'ordre spatio-temporel arbitrairement élevé pour la résolution de l'**équation d'advection-diffusion** instationnaire en 2D. On propose de combiner des méthodes de type Galerkin discontinu (DG) en espace à une technique ADER en temps (Arbitrary high order DERivatives). Avec cette association, l'intégration en temps est effectuée au même ordre de précision que celui apporté par la discrétisation DG spatiale.

Dans sa forme la plus récente, le **schéma ADER-DG** est alors composé de deux étapes successives : la prédiction et la correction [2]. Dans l'étape de **prédiction**, on détermine un prédicteur de Galerkin espace-temps local, c'est-à-dire dans chaque maille espace-temps, afin d'obtenir une première estimation de la solution. Ensuite, l'étape de **correction** permet de recombinaison des informations entre les mailles voisines à travers des flux numériques ainsi que d'imposer les conditions aux limites.

Il est connu que l'utilisation de polynômes \mathcal{P}_k pour résoudre l'équation d'advection pure produit toujours un schéma DG d'ordre $(k + 1)$. En revanche, cet ordre de précision est limité à k pour des valeurs paires de k pour le problème de diffusion pure [3]. On présentera alors trois versions de **pénalisation intérieure** (IPDG) et une technique de **relaxation** de Cattaneo pour le traitement du terme de diffusion. Leur comparaison permettra de choisir la méthode la plus optimale.

Le cas de l'équation d'advection-diffusion linéaire pour des applications 1D a déjà été détaillé dans [1]. Cette présentation se focalisera sur l'extension de ces résultats à des **cas tests 2D** sur grille cartésienne. Elle démontrera que les schémas ADER-DG d'ordre arbitrairement élevé sont compétitifs, et suggèrent des perspectives intéressantes pour les équations de Navier-Stokes incompressibles sur maillage hiérarchique de type quadtree.

- [1] M. Bergmann, A. Bouharguane, A. Iollo, A. Tardieu. *High order ADER-IPDG methods for the unsteady advection-diffusion equation*. CAMC (accepted), 2024.
- [2] F. Fambri, M. Dumbser, O. Zanotti. *Space-time adaptive ADER-DG schemes for dissipative flows : Compressible Navier-Stokes and resistive MHD equations*. Computer Physics Com., 2017.
- [3] B. Rivière. *Discontinuous Galerkin methods for solving elliptic and parabolic equations : theory and implementation*. Frontiers in applied mathematics. SIAM, 2008.