

Optimisation de la forme et de la topologie des régions soutenant les conditions aux limites.

Carlos BRITO-PACHECO, LJK - Grenoble
Charles DAPOGNY, LJK - Grenoble

Nous discutons d'une approche itérative pour l'optimisation géométrique et topologique des conditions aux limites dans la définition d'une équation aux dérivées partielles. Le contexte est celui de l'équation d'élasticité linéaire posée sur un domaine Ω , dont la frontière est divisée en trois parties Γ_D , Γ et Γ_N , respectivement, des conditions aux limites de Dirichlet homogènes, de Neumann homogènes et de Neumann inhomogènes. Nous cherchons ici à optimiser le placement de la condition aux limites de Dirichlet en calculant la sensibilité $J'(\Omega)(\epsilon)$ d'une fonctionnelle d'objet $J(\Omega)$ lors du remplacement d'une région de la frontière Γ par une petite boule surfacique de rayon $\epsilon > 0$ supportant des conditions de Dirichlet homogènes. De plus, nous utilisons également les résultats du travail précédent [7] afin de calculer la dérivée en forme $J'(\Omega)(\theta)$ de $J(\Omega)$ qui nous permettra de modifier la géométrie de Γ_D et de Γ de manière optimale. À chaque étape du processus itératif, nous utilisons une représentation exacte des formes sur la surface grâce à l'utilisation d'une méthode d'évolution d'un maillage basé sur la "level set" [6]. Dans le contexte de la mécanique, le processus équivaut à trouver le moyen optimal de "fixer" une structure mécanique à un mur. Nous visualisons les conceptions obtenues dans le contexte de structures mécaniques (2D et 3D), obtenues en choisissant différents paramètres numériques.

- [1] G. Allaire, C. Dapogny, G. Delgado, G. Michailidis. *Multi-phase structural optimization via a level set method*. ESAIM : Control, Optimisation and Calculus of Variations, **20(2)**, 576–611, 2014.
- [2] G. Allaire, C. Dapogny, P. Frey. *A mesh evolution algorithm based on the level set method for geometry and topology optimization*. Structural and Multidisciplinary Optimization, **48(4)**, 711–715, 2013.
- [3] G. Allaire, C. Dapogny, F. Jouve. *Shape and topology optimization*. in Geometric partial differential equations, part II, A. Bonito and R. Nochetto eds., Handbook of Numerical Analysis, vol. 22, pp. 1–132, 2021.
- [4] G. Allaire, M. Schoenauer. *Conception optimale de structures*, vol. 58. Springer, 2007.
- [5] E. Bonnetier, C. Dapogny, M. S. Vogelius. *Small perturbations in the type of boundary conditions for an elliptic operator*. Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, 2022. doi : <https://doi.org/10.1016/j.matpur.2022.09.003>.
- [6] C. Brito-Pacheco, C. Dapogny. *Body-fitted tracking within a surface via a level set based mesh evolution method*, 2023. Working paper or preprint.
- [7] C. Dapogny, N. Lebbe, E. Oudet. *Optimization of the shape of regions supporting boundary conditions*. Numerische Mathematik, **146(1)**, 51–104, 2020.