

## PIROCK : une implémentation en C++ d'une méthode IMEX à stabilité étendue

Josselin MASSOT, CMAP - Palaiseau      Marc MASSOT, CMAP - Palaiseau  
Laurent SERIES, CMAP - Palaiseau

Les systèmes d'équations de convection-réaction-diffusion posent de nombreux problèmes d'intégration numérique lorsqu'il s'agit de les résoudre sur des maillages fin pour résoudre l'ensemble des échelles spatiales et temporelle du fait de l'implication de valeurs propres de grande amplitude. Il n'est pas toujours envisageable, pour des raisons de coût de calcul, de traiter le problème couplé de manière implicite. Une solution est d'effectuer un *splitting* d'opérateurs [3], avec des intégrateurs adaptés pour chaque opérateur mais créant une erreur de couplage et pouvant mener à de très petits pas de temps de couplage pour des systèmes complexes. Il est également possible d'effectuer une méthode IMEX [4] (implicite-explicite) où la diffusion est traitée de manière implicite, mais la raideur de l'opérateur de réaction contraint alors fortement la stabilité numérique.

Nous présentons une stratégie mixte pour la résolution de flamme en chimie complexe et transport détaillé qui s'appuie sur une séparation d'opérateur et un schéma IMEX inspiré de la méthode PIROCK, introduite dans [1] (méthode couplée où la diffusion est résolue à l'aide d'une méthode à stabilité étendue de type ROCK2 [2] et la réaction de manière implicite avec une méthode SDIRK d'ordre deux). Dans cet exposé nous nous proposons de présenter les points clés de la méthode dans le cas réaction-diffusion, l'étude de sa stabilité à deux variables, et nous concluons par des expériences numériques avec le code C++ ponio<sup>1</sup>.

- [1] *Pirock : A swiss-knife partitioned implicit-explicit orthogonal runge-kutta chebyshev integrator for stiff diffusion-advection-reaction problems with or without noise*. Journal of Computational Physics, **242**, 869–888, 2013. doi :<https://doi.org/10.1016/j.jcp.2013.02.009>.
- [2] A. Abdulle, A. A. Medovikov. *Second order chebyshev methods based on orthogonal polynomials*. Numerische Mathematik, 2001. doi :[10.1007/s002110100292](https://doi.org/10.1007/s002110100292).
- [3] W. Hundsdorfer, J. Verwer. *Numerical Solution of Time-Dependent Advection-Diffusion-Reaction Equations*. Springer Series in Computational Mathematics. Springer Berlin Heidelberg, 2007.
- [4] G. Izzo, Z. Jackiewicz. *Highly stable implicit-explicit runge-kutta methods*. Applied Numerical Mathematics, **113**, 71–92, 2017. doi :<https://doi.org/10.1016/j.apnum.2016.10.018>.

Contact : [laurent.series@polytechnique.edu](mailto:laurent.series@polytechnique.edu)

1. Le logiciel *open source* ponio se trouve à cette adresse : <https://github.com/hpc-maths/ponio>