Modèle bidomaine couplé à un stimulateur multi-électrodes en électrophysiologie cardiaque

Valentin PANNETIER, IMB - Bordeaux **Yves COUDIÈRE**, IMB - Bordeaux
Michael LEGUÈBE, IMB - Bordeaux

En électrophysiologie cardiaque, le modèle bidomaine est couramment utilisé pour modéliser la propagation de potentiels d'action au sein du tissu cardiaque. Néanmoins, il n'existe pas d'approche consensuelle quant à la prise en compte de stimulations extérieures et, dans le meilleur des cas, un stimulus est modélisé par un simple créneau en temps. Dans cet exposé, nous présentons une partie de nos travaux effectués dans le cadre du projet européen SimCardioTest. L'objectif final est la quantification via un modèle numérique de l'énergie nécessaire au déclenchement d'un potentiel d'action (voir nos travaux sur le 0D [2]).
Le modèle bidomaine macroscopique est formé de deux équations de propagation couplées, écrites respectivement dans le milieu intracellulaire Ω_i et extracellulaire Ω_e, avec pour inconnues les deux champs de potentiel respectifs u_i et u. Il est étendu à un milieu passif extracardiaque Ω_b,

$$-\mathrm{div}\,(\sigma_\mathrm{i}\nabla u_\mathrm{i}) = -I_\mathrm{m} \text{ dans } \Omega_\mathrm{i}, \quad -\mathrm{div}\,(\sigma_\mathrm{e}\nabla u) = I_\mathrm{m} \text{ dans } \Omega_\mathrm{e}, \quad -\mathrm{div}\,(\sigma_\mathrm{b}\nabla u) = 0 \text{ dans } \Omega_\mathrm{b}, \tag{1}$$

avec $I_\mathrm{m} \coloneqq \chi\,(c_\mathrm{m}\partial_t\,(u_\mathrm{i}-u) + I_\mathrm{ion}(u_\mathrm{i}-u,h,t))$ le courant membranaire, σ_i, σ_e, σ_b les différents tenseurs de conductivités, χ le ratio de surface membranaire par unité de volume de tissu, c_m la capacité membranaire. Le générateur de courant ionique I_ion est couplé à $\partial_t h = f(u_\mathrm{i}-u,h,t)$ dans tout le volume, avec (I_ion, f) un modèle ionique choisi décrivant la dynamique des variables ioniques h. Ce modèle est couplé à un stimulateur cardiaque à travers des conditions de bords non usuelles, sous la forme d'un dipôle équivalent connectant la surface de la ℓ-ième électrode $\Gamma_\ell \subset \partial\left(\overline{\Omega_\mathrm{e}} \cup \overline{\Omega_\mathrm{b}}\right)$ à une des sorties du stimulateur. Considérant que ces circuits équivalents ne font intervenir que des condensateurs et des résistances, les modèles sont écrits sous une forme générique inspirée des travaux [1],

$$A_{\ell,\mathrm{c}}C_\ell\partial_t\left(A_{\ell,\mathrm{c}}^\intercal u_\ell\right) + A_{\ell,\mathrm{r}}G_\ell A_{\ell,\mathrm{r}}^\intercal u_\ell + \gamma A_\ell \gamma j_\ell = 0 \quad \text{sur } \Gamma_\ell \text{ avec } \ell = 1,\dots,L, \tag{2}$$

avec u_ℓ le vecteur des potentiels, $A_\ell = (A_{\ell,\mathrm{c}}, A_{\ell,\mathrm{r}})$ la matrice d'incidence du graphe représentant le circuit équivalent, γA_ℓ la matrice d'incidence des branches couplantes de courants γj_ℓ , et C_ℓ et G_ℓ respectivement les matrices diagonales de capacités et de conductances. Le circuit interne du stimulateur est aussi formalisé de la même manière, bien qu'il fasse intervenir des sources de tension (représentant la batterie du stimulateur),

$$A_\mathrm{c}C\left(A_\mathrm{c}^\intercal U\right)' + A_\mathrm{r}GA_\mathrm{r}^\intercal U + A_\mathrm{v}J_v + \gamma A\gamma J = 0 \qquad \text{et} \qquad A_\mathrm{v}^\intercal U = V_\mathrm{s}(t), \tag{3}$$

avec V_s les sources de tension et J_v les courants induits par ces sources. Finalement, le modèle est fermé en écrivant toutes les relations de conservation de courant (EDP vers électrodes, électrodes vers stimulateur), et en imposant un nœud du stimulateur à la masse ($\gamma_0 U = 0$).

En utilisant une semi-discrétisation en temps de la forme faible du problème complet, nous montrerons qu'il constitue un problème sous contrainte et nous donnerons les grandes étapes pour prouver l'existence de solutions.

[1] D. Estévez Schwarz, C. Tischendorf. *Structural analysis of electric circuits and consequences for mna.* Int. J. Circuit Theory Appl., **28(2)**, 131–162, 2000.

[2] V. Pannetier, M. Leguèbe, Y. Coudière, R. Walton, P. Dhiver, D. Feuerstein, D. Amaro. *Modeling cardiac stimulation by a pacemaker, with accurate tissue-electrode interface.* In *FIMH*, pp. 194–203. Springer, 2023.

Contact : `valentin.pannetier@u-bordeaux.fr`