

Une nouvelle approche cinétique pour les équations de Navier Stokes compressibles

Rémi ABGRALL, Institute für Mathematik, Universität Zürich - Switzerland
Wissocq GAUTHIER, Institute für Mathematik, Universität Zürich - Switzerland

Dans cet exposé, je passerai d'abord en revue la méthode cinétique à la Xi-Jin. Les travaux de Xi et Jin [1] ont eu un très fort impact dans la communauté hyperbolique parce qu'il n'était pas (plus) obligatoire d'utiliser de solveur de Riemann pour construire de nouveaux schémas, voir [2, 3, 4]. Des extensions ont été fournies pour certains problèmes paraboliques, voir [5, 6] entre autres. Ici, le problème est que le pas de temps dépend de l'inverse d'un paramètre de relaxation qui est supposé tendre vers zéro. Ceci rend indispensable l'emploi de schémas implicites.

En partant du travail de [7], nous montrons comment construire des schémas cinétiques, écrits dans l'esprit de Xi et Jin, qui sont capables d'approcher des problèmes paraboliques avec un pas de temps qui est indépendant du paramètre de relaxation, tout en restant explicite. Cette méthode est décrite dans [8] et [9]. On explique aussi pourquoi il n'y a pas de paradoxe.

Les principes fondamentaux sont les suivants :

1. plutôt que de chercher à obtenir les équations souhaitées dans la limite stricte d'un paramètre de relaxation qui tend vers 0, comme c'est généralement le cas dans la limite de diffusion des méthodes cinétiques, les termes de diffusion sont recherchés comme une correction de premier ordre de cette limite dans le développement de Chapman-Enskog,
2. l'introduction d'un couplage entre les variables conservées au sein du processus de relaxation par une matrice de collision spécifiquement conçue permet d'obtenir systématiquement la diffusion souhaitée.

Le lien avec la condition d'entropie sera fait. L'extension de cette stratégie à plusieurs dimensions ne peut cependant pas être réalisée par une simple approche directionnelle, car la diffusion est susceptible de coupler les directions de l'espace entre elles, comme dans le cas de la viscosité de cisaillement dans les équations de Navier-Stokes. Dans ce travail, nous montrons comment la réécriture de la matrice de collision en termes de moments peut résoudre ce problème, quel que soit le nombre d'ondes cinétiques, tout en assurant la conservation de manière systématique. Cette réécriture permet d'introduire une nouvelle classe de modèles cinétiques, de simplifier les méthodes numériques et d'établir des liens avec les modèles de Jin-Xin. Par la suite, de nouveaux schémas cinétiques arbitraires explicites d'ordre élevé sont formulés et validés sur des cas bidimensionnels standard de la littérature.

D'excellents résultats sont obtenus dans la simulation d'une interaction choc-couche limite, validant la capacité de cette approche à simuler les équations de Navier-Stokes avec des vitesses cinétiques n'obéissant qu'à une condition sous-caractéristique ainsi qu'à une contrainte hyperbolique sur le pas de temps.

Références

- [1] Shi Jin, Zhouping Xin. *Commun. Pure Appl. Math.*, 48(3) :235–276, 1995.
- [2] R. Natalini. *Journal of differential equations*, 148 :292–317, 1998.
- [3] D. Aregba-Driollet, R. Natalini. *SIAM J. Numer. Anal.*, 37(6) :1971–2004, 2000.
- [4] F. Bouchut. *Journal of Statistical Physics*, 95(1/2), 1999.
- [5] S. Boscarino, L. Pareschi, G. Russo. *SIAM J. Sci. Comput.*, 35(1) :A22–A51, 2013.
- [6] D. Aregba-Driollet, R. Natalini, S. Tang. *Mathematics of Computation*, 73(245) :63–94, aug 2003.
- [7] R. Abgrall, D. Torlo. *Communications in Mathematical Sciences*, 20(2) :297–326, 2022.
- [8] G. Wissocq, R. Abgrall. arXiv.2310.08356.
- [9] G. Wissocq, R. Abgrall. arXiv.2312.16323.

Contact : remi.abgrall@math.uzh.ch