

# Convergence Double-Échelle d'un Modèle Bidomaine Microscopique pour l'Ablation Cardiaque par Champ Électrique Pulsé

**Simon BIHOREAU**, Inria, Univ. Bordeaux, CNRS, Bordeaux INP, IMB & IHU Liryc  
**Annabelle COLLIN**, Inria, Univ. Bordeaux, CNRS, Bordeaux INP, IMB  
**Michael LEGUEBE**, Inria, Univ. Bordeaux, CNRS, Bordeaux INP, IMB & IHU Liryc  
**Clair POIGNARD**, Inria, Univ. Bordeaux, CNRS, Bordeaux INP, IMB

La propagation du potentiel électrique – à l'origine de la contraction – dans le tissu cardiaque est traditionnellement décrite par le **modèle bidomaine** [3], un système d'équations de réaction-diffusion couplé à un modèle ionique plus ou moins complexe. Ce modèle n'est plus valide dans le cas d'applications localisées de courtes impulsions électriques de forte intensité sur le tissu comme celles employées en **ablation par champ électrique pulsé**. Cette méthode nouvelle et prometteuse dans le domaine de l'ablation cardiaque [2] offre la possibilité de détruire les zones arythmogènes sans endommager les structures adjacentes.

Dans cette situation, les échelles de temps et d'espace du phénomène microscopique mis en jeu – appelé **électroporation** – ne permettent plus de négliger le caractère résistif de la membrane cellulaire.

Pour construire un nouveau modèle incluant ces aspects, nous repartons d'un modèle bidomaine à l'échelle microscopique incluant un terme modélisant l'électroporation. Le domaine cardiaque supposé périodique s'écrit  $\Omega = \Omega_i^\varepsilon \cup \Omega_e^\varepsilon$  où  $\Omega_i^\varepsilon$  (resp.  $\Omega_e^\varepsilon$ ) est le domaine intracellulaire (resp. extra) et  $\varepsilon$  est le rapport d'échelle entre la dimension d'une cellule et la dimension du tissu cardiaque. En adimensionnant les autres quantités physiques, les potentiels intracellulaire  $u_i^\varepsilon$  et extracellulaire  $u_e^\varepsilon$  vérifient

$$\begin{aligned}
 \nabla \cdot (\sigma_i^\varepsilon \nabla u_i^\varepsilon) &= 0, & \Omega_i^\varepsilon \times [0, T], \\
 \nabla \cdot (\sigma_e^\varepsilon \nabla u_e^\varepsilon) &= f, & \Omega_e^\varepsilon \times [0, T], \\
 \sigma_i^\varepsilon \nabla u_i^\varepsilon \cdot n_i &= \sigma_e^\varepsilon \nabla u_e^\varepsilon \cdot n_i, & \Omega_i^\varepsilon \cap \Omega_e^\varepsilon \times [0, T], \\
 -\sigma_i^\varepsilon \nabla u_i^\varepsilon \cdot n_i &= C_m \frac{\partial (u_i^\varepsilon - u_e^\varepsilon)}{\partial t} + S_m (|u_i^\varepsilon - u_e^\varepsilon|)(u_i^\varepsilon - u_e^\varepsilon), & \Omega_i^\varepsilon \cap \Omega_e^\varepsilon \times [0, T].
 \end{aligned}$$

où  $\sigma_i^\varepsilon$  (resp.  $\sigma_e^\varepsilon$ ) est la conductivité électrique du milieu intracellulaire (resp. extra),  $f$  un terme source décrivant l'application des impulsions électriques,  $C_m$  (resp.  $S_m$ ) la capacité (resp. conductivité non linéaire) surfacique de la membrane cellulaire.

L'**homogénéisation** de ce système est étudiée à travers la convergence double-échelle [1,3] quand  $\varepsilon$  tend vers 0. Notre approche couvre l'existence et l'unicité d'une solution du système microscopique, sa convergence et l'écriture d'un modèle effectif. Les principales difficultés résident dans la manipulation d'intégrales surfaciques et la prise en compte de la non-linéarité. Il est intéressant de noter que le modèle effectif inclut un terme de transport en conformité avec les modèles phénoménologiques utilisés en oncologie [4], ainsi qu'avec les observations expérimentales. Ce projet étant en collaboration avec l'IHU Liryc (P. Jaïs, cardiologue et G. Caluori, ingénieur biomédical), nous proposons des **illustrations numériques** dans un contexte réaliste – incluant la géométrie des cathéters utilisés en clinique. La zone ablatée est alors estimée en fonction du contact avec le tissu ou de la position des fibres cardiaques.

- [1] G. Allaire. *Homogenization and two-scale convergence*. SIAM J. Math. Anal., 1992.  
 [2] G. Caluori, E. Odehmalova, T. J. et al. *AC pulsed field ablation is feasible and safe in atrial and ventricular settings : A proof-of-concept chronic animal study*. Front Bioeng Biotechno, 2020.  
 [3] A. Collin, S. Imperiale. *Mathematical Analysis and 2-Scale Convergence of a Heterogeneous Microscopic Bidomain Model*. Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, 2018.  
 [4] G. Jankowiak, C. Taing, C. Poignard, A. Collin. *Comparison and calibration of different electroporation models. Application to rabbit livers experiments*. ESAIM : Proc. and Surveys, 2020.