

## Schéma numérique décalé pour la simulation d'écoulements à bas nombre de Mach

Vincent **PERRIER**, LMAP/Inria CAGIRE - Pau  
Esteban COIFFIER, LMAP/Cea Saclay STMF - Pau / Saclay  
Jonathan **JUNG**, LMAP/Inria CAGIRE - Pau  
Michael **NDJINGA**, Cea Saclay STMF - Saclay

On s'intéresse ici à la simulation des équations de la mécanique des fluides dans un régime à bas nombre de Mach. Ce régime est historiquement particulier au niveau de son approximation de part la forte dépendance de la précision à la forme du maillage [6][3]. De nombreuses corrections ont été apportées aux discrétisations et ont donné en général des clés de compréhension sur les conditions à imposer pour obtenir une précision satisfaisante à bas nombre de Mach [2].

Dans un premier temps il est clairement apparu qu'il était nécessaire d'avoir un schéma asymptotiquement (entendu en nombre de Mach) consistant avec le système des ondes. Dans un second temps, nous avons remarqué qu'une solution fiable est de placer la vitesse aux faces [7]. Ce deuxième point a mis en exergue l'importance de préserver dans la discrétisation des structures topologiques telles que les complexes de de Rham [1] [4] mais dans le contexte du système des ondes.

Ainsi nous nous proposons, suivant la discussion qui précède, de concevoir un schéma précis à bas nombre de Mach en : se réduisant à l'étude du système des ondes [8] [9] puis en basant notre discrétisation volumes finis sur le complexe éléments finis Nédélec-Raviart-Thomas [5].

Nous menons alors sur ce schéma des études théoriques et numériques de stabilité et de convergence en temps long. Une extension de ce schéma au système Euler barotrope est en cours.

- [1] J. Bonelle. *Compatible discrete operator schemes on polyhedral meshes for elliptic and stokes equations*. Ph. D. Thesis, 2014.
- [2] S. Dellacherie, J. Jung, P. Omnes, P.-A. Raviart. *Construction of modified godunov-type schemes accurate at any mach number for the compressible euler system*. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, **26(13)**, 2525–2615, 2016.
- [3] S. Dellacherie, P. Omnes, F. Rieper. *The influence of cell geometry on the godunov scheme applied to the linear wave equation*. *Journal of Computational Physics*, **229(14)**, 5315–5338, 2010.
- [4] D. A. Di Pietro, J. Droniou. *An arbitrary-order discrete de rham complex on polyhedral meshes : Exactness, poincaré inequalities, and consistency*. *Foundations of Computational Mathematics*, **23(1)**, 85–164, 2023.
- [5] A. Ern, J.-L. Guermond. *Theory and practice of finite elements*, vol. 159. Springer, 2004.
- [6] H. Guillard. *On the behavior of upwind schemes in the low mach number limit. iv : P0 approximation on triangular and tetrahedral cells*. *Computers & fluids*, **38(10)**, 1969–1972, 2009.
- [7] F. H. Harlow. *Mac numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface*. *Phys. Fluid*, **8**, 12, 1965.
- [8] J. Jung, V. Perrier. *Steady low mach number flows : identification of the spurious mode and filtering method*. *Journal of Computational Physics*, **468**, 111462, 2022.
- [9] B. Müller. *Low-mach-number asymptotics of the navier-stokes equations*. *Floating, Flowing, Flying : Pieter J. Zandbergen's Life as Innovator, Inspirator and Instigator in Numerical Fluid Dynamics*, pp. 97–109, 1998.