

Schéma implicite Lagrangien bien-posé pour la dynamique des gaz

Stéphane DEL PINO, CEA, DAM, DIF - Arpajon
Bruno DESPRES, LJLL - Sorbonne Université, Paris
Alexiane PLESSIER, STMF LMEC - CEA, Saclay

Nous proposons un schéma implicite Lagrangien d'ordre 1 pour approximer les équations de la dynamique des gaz compressibles en dimensions $d \in \{1, 2, 3\}$. Notre résultat théorique principal est que ce schéma volume fini est inconditionnellement stable par rapport au pas de temps. Cela signifie que la solution donnée par le schéma assure la positivité de la densité ρ et la croissance de l'entropie physique S pour tout pas de temps $\Delta t > 0$. Il s'agit d'une extension pour les schémas GLACE [2] et EUCCLHYD [3] en grande dimension de notre précédent article [4].

Considérons la formulation semi-Lagrangienne des équations d'Euler où $\tau = \frac{1}{\rho} > 0$ est le volume spécifique et $D_t = \partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla$ est la dérivée matérielle ou Lagrangienne

$$\begin{cases} \rho D_t \tau - \nabla \mathbf{u} = 0, \\ \rho D_t \mathbf{u} + \nabla p = \mathbf{0}, \\ \rho D_t E + \nabla \cdot (p \mathbf{u}) = 0, \\ \rho D_t S \geq 0. \end{cases} \quad (1)$$

Dans ce système, on a \mathbf{u} la vitesse du fluide, p la pression et E l'énergie totale.

Nous concentrerons la présentation autour de deux points principaux. Le premier sera de démontrer que le schéma implicite non linéaire discrétisant (1) admet une unique solution en utilisant des idées de [1] adaptées au semi-Lagrangien. Le deuxième point sera de détailler l'algorithme qui calcule cette solution. Pour être un peu plus précis, il se compose de trois étapes : une étape implicite appelée prédiction, une étape explicite appelée correction et une étape de déplacement du maillage.

On abordera notamment les difficultés liées au passage en multi-D, et plusieurs résultats numériques seront commentés.

- [1] C. Chalons, F. Coquel, C. Marmignon. *Time-Implicit Approximation of the Multipressure Gas Dynamics Equations in Several Space Dimensions*. SIAM, **48**, 1678–1706, 2010.
- [2] B. Després, C. Mazeran. *Lagrangian gas dynamics in two dimensions and lagrangian systems*. Arch. Rational Mech. Anal, 2005.
- [3] P.-H. Maire, R. Abgrall, J. Breil, R. Loubère, B. Rebouret. *A nominally second-order cell-centered Lagrangian scheme for simulating elastic-plastic flows on two-dimensional unstructured grids*. Journal Of Computational Physics, **235**, 626–665, 2013.
- [4] A. Plessier, S. Del Pino, B. Després. *Implicit discretization of lagrangian gas dynamics*. ESAIM : M2AN, **57**, 717–743, 2023.