Sur la régularité des fractures fragiles en élasticité linéaire

Camille LABOURIE, LMO - Orsay

La fonctionnelle de Griffith a été introduite par Francfort et Marigo pour modéliser les états d'équilibre d'une fracture dans le cadre de l'élasticité linéaire. Soit Ω un ouvert borné de $\mathbf{R}^N$, qui représente la configuration de référence (sans fracture) d'un solide. On applique une déformation à la frontière du solide et on suppose que le matériau ne subit que des petites déformations avant de rompre (matériau fragile comme du verre ou de la céramique). Un état d'équilibre est définit comme un minimiseur de la fonctionnelle

$$\mathcal{G}(u, K) := \int_{\Omega \setminus K} |e(u)|^2 \, dx + \mathcal{H}^{N-1}(K),$$

parmi les paires (u, K) telles que $K \subset \Omega$ est un sous-ensemble $(N-1)$-dimensionnel de Ω (la fracture), $u \colon \Omega \setminus K \to \mathbf{R}^N$ est une fonction lisse (un champ de déplacement) qui satisfait une condition de Dirichlet à la frontière $\partial\Omega$. La matrice $e(u) := (Du + Du^T)/2$ est la partie symétrique du gradient de u et $\mathcal{H}^{N-1}(K)$ dénote la mesure $(N-1)$-dimensionnelle de K.

Le but de cet exposé est de présenter des résultats récents de régularité sur les minimiseurs de Griffith et, en particulier, un travail en collaboration avec A. Lemenant sur les limites par explosion et leur classification (partielle) dans le plan. À cette fin, on a développé une nouvelle approche pour démontrer la propriété de concentration uniforme de Dal Maso, Morel et Solimini dans le cas vectoriel.

Contact : camille.labourie@universite-paris-saclay.fr