

Méthode des éléments finis multi-échelles pour les écoulements incompressibles

Loïc BALAZI, CEA Saclay, CMAP (Ecole Polytechnique) - Saclay
Grégoire ALLAIRE, CMAP (Ecole Polytechnique) - Palaiseau
Pascal OMNES, CEA Saclay - Saclay

La simulation numérique de l'écoulement dans un milieu multi-échelle avec de nombreux obstacles, comme les cœurs de réacteurs nucléaires, est très difficile. En effet, pour capturer les échelles les plus fines de l'écoulement, un maillage très fin est nécessaire, ce qui conduit souvent à des simulations irréalisables en raison du manque de ressources de calcul. Pour surmonter cette limitation, diverses méthodes multi-échelles ont été développées dans la littérature pour tenter de résoudre les échelles en dessous de l'échelle du maillage grossier. Dans cet exposé, nous nous concentrons sur la méthode des éléments finis multi-échelles (MsFEM).

La MsFEM utilise un maillage grossier sur lequel nous définissons des fonctions de base qui ne sont plus les fonctions de base polynomiales classiques des éléments finis, mais qui résolvent les équations de la mécanique des fluides sur les éléments du maillage grossier. Ces fonctions sont elles-mêmes approximées numériquement sur un maillage fin en tenant compte de tous les détails géométriques, ce qui donne l'aspect multi-échelle de cette méthode. Sur la base de travaux antérieurs [1, 2] nous développons une MsFEM non-conforme enrichie pour résoudre les écoulements visqueux incompressibles dans des milieux hétérogènes.

La MsFEM développée est dans la veine de la méthode classique des éléments finis non-conformes de Crouzeix-Raviart avec des fonctions de poids d'ordre élevé. Nous effectuons une étude théorique rigoureuse de la MsFEM en deux et trois dimensions aux niveaux continu et discret. D'un point de vue numérique, nous implémentons la MsFEM pour résoudre les problèmes de Stokes et de Oseen, en deux et trois dimensions, dans un cadre massivement parallèle dans FreeFEM.

La perspective de ce travail est de pouvoir résoudre les équations de Navier-Stokes dans un domaine perforé à un nombre de Reynolds élevé en utilisant les fonctions de base multi-échelles.

- [1] Q. Feng, G. Allaire, P. Omnes. *Enriched Nonconforming Multiscale Finite Element Method for Stokes Flows in Heterogeneous Media Based on High-order Weighting Functions*. Multiscale Modeling & Simulation, pp. 462–492, 2022. doi :10.1137/21M141926X. Publisher : Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [2] G. Jankowiak, A. Lozinski, University of Konstanz, 78457 Konstanz, Germany, Université de Franche-Comté, CNRS, LmB, F-25000 Besançon, France. *Non-conforming multiscale finite element method for Stokes flows in heterogeneous media. part ii : Error estimates for periodic microstructure*. Discrete and Continuous Dynamical Systems - B, **0(0)**, 0–0, 2023. doi : 10.3934/dcdsb.2023178.