

LIVRE DES RÉSUMÉS

46ème Congrès National
d'Analyse Numérique

CANUM ²⁰₂₄

27 au 31 mai 2024 - Ile de Ré

Conférences plénières

Rémi Abgrall
Didier Bresch
Juliette Chabassier
Julie Digne

Laura Grigori
Céline Grandmont
Étienne Mémin
Ayman Moussa

**SMAI**
société de mathématiques
appliquées et industrielles

**MIA**
MATHÉMATIQUES IMAGE APPLICATIONS
UNIVERSITÉ DE LA ROCHELLE



SCANNEZ MOI



Table des matières

Présentation

1

Mot d'introduction	2
Comités	3
Partenaires	4

Programme détaillé

5

Lundi 27 Mai 2024	6
Mardi 28 Mai 2024	8
Mercredi 29 Mai 2024	12
Jeudi 30 Mai 2024	14
Vendredi 31 Mai 2024	18

Conférences Plénières

19

Conférence plénière 1 : Rémi Abgrall Une nouvelle approche cinétique pour les équations de Navier Stokes compressibles	20
Conférence plénière 2 : Didier Bresch Une incursion en volcanologie	21
Conférence plénière 3 : Juliette Chabassier Modélisation et simulation numérique d'instruments de musique	22
Conférence plénière 4 : Julie Digne Outils numériques pour l'analyse de formes géométriques	23
Conférence plénière 5 : Céline Grandmont Analyse de quelques problèmes d'interaction fluide-structure	24
Conférence plénière 6 : Laura Grigori Randomization techniques for solving large scale linear algebra problems	25

Conférence plénière 7 : Etienne Mémin	
A consistent framework for stochastic representation of large-scale oceanic flow	26
Conférence plénière 8 : Ayman Moussa	
Système SKT : approximation(s) et dérivation(s)	27

Minisymposia

29

Minisymposium 1 : Méthodes et simulations numériques pour les écoulements viscoplastiques	30
MS.1.1 Clément Berger	
Comparisons of numerical methods for yield stress fluids in complex geometry	31
MS.1.2 Laurent Chupin	
Which models for granular flows in volcanology?	32
MS.1.3 Danila Denisenko	
A three-equation shallow-flow model for viscoplastic fluids. Application to the simulation of natural hazards	33
MS.1.4 Timm Treskatis	
Numerical methods for yield-stress fluids governed by integral constitutive laws	34
Minisymposium 2 : Transport optimal et applications	35
MS.2.1 Eloi Tanguy	
Propriétés d’Optimisation de la Distance de Sliced Wasserstein Discrète	36
MS.2.2 Nina Vesseron	
On a Neural Implementation of Brenier’s Polar Factorization	37
MS.2.3 Hugues Van Assel	
Distributional Reduction : Unifying Dimensionality Reduction and Clustering with Gromov-Wasserstein Projection	38
MS.2.4 Geert-Jan Huizing	
Learning cell fate landscapes from spatial transcriptomics using Fused Gromov-Wasserstein	39
Minisymposium 3 : Synthèse, restauration et manipulation de données par modèles génératifs et autoencodeurs	40
MS.3.1 Antoine Houdard	
Transport optimal pour l’apprentissage de modèles génératifs	41
MS.3.2 Gwilherm Lesné	
Espace latent compact et sémantique pour l’édition désenchevêtrée d’images	42
MS.3.3 Emile Pierret	
Introduction aux modèles de diffusion et étude de leur restriction au cas gaussien	43
MS.3.4 Jean Prost	
Résolution de problèmes inverses avec des autoencodeur variationnels	44
Minisymposium 4 : Méthodes de frontières immergées I	45
MS.4.1 Guillaume Delay	
Une méthode d’interface immergée pour résoudre le problème de Stokes de manière robuste par rapport à un saut de pression	46
MS.4.2 Aimene Gouasmi	
Reconstructions de flux conservatifs et analyse d’erreur a posteriori pour un problème d’interface discrétisé avec CutFEM	47
MS.4.3 Romain Mottier	
Unfitted HHO method stabilized by polynomial extension for elliptic interface problems	48
MS.4.4 Vanessa Lleras	
Méthode ϕ -FEM et quelques applications	49
Minisymposium 5 : Calcul des Variations et applications à la physique	50
MS.5.1 Elise Bonhomme	
Méthodes variationnelles appliquées à l’étude de modèles discrets en endommagement brutal	51

MS.5.2	Camille Labourie	
	Sur la régularité des fractures fragiles en élasticité linéaire	52
MS.5.3	Rodrigue Lelotte	
	The dual charge method for the multimarginal optimal transport with Coulomb cost . . .	53
MS.5.4	Luca Nenna	
	An ordinary differential equation for entropic optimal transport and its linearly constrained variants	54
Minisymposium 6 : La mécanique des fluides dans tous ses états : modélisation, aspects théoriques et numériques		55
MS.6.1	Frédéric Charve	
	Asymptotiques cachées pour les solutions faibles du système de Boussinesq fortement stratifié	56
MS.6.2	Arnaud Duran	
	Estimations d'énergie discrètes pour un modèle dispersif hyperbolique de propagation de vagues.	57
MS.6.3	Marguerite Gisclon	
	Modélisation mathématique des films minces avec applications aux transferts de chaleur	58
MS.6.4	Pascal Noble	
	Modélisation et étude de la formation de motifs sur des terrains érodés par un fluide . . .	59
Minisymposium 7 : Réseaux de neurones et résolution d'équations aux dérivées partielles		60
MS.7.1	Amaury Belieres Frendo	
	GEOMETRIC SHAPE OPTIMIZATION FOR DIRICHLET ENERGY WITH PHYSICS INFORMED AND SYMPLECTIC NEURAL NETWORKS	61
MS.7.2	Elie Bretin	
	Mouvement par courbure moyenne, réseaux de neurones et applications	62
MS.7.3	Guillaume Mestdagh	
	Contrôle optimal d'un réseau de neurones pour le recalage d'organe en temps réel en chirurgie augmentée	63
MS.7.4	Killian Vuillemot	
	-FEM-FNO : une nouvelle approche pour entraîner un opérateur neural à résoudre des EDP sur des géométries variables.	64
Minisymposium 8 : Méthodes de frontières immergées II		65
MS.8.1	Niami Nasr	
	Une méthode de frontière immergée pour le problème inverse de la tomographie par impédance électrique	66
MS.8.2	Fabien Vergnet	
	Une méthode de frontière immergée basée sur la résolution d'un problème de contrôle optimal	67
MS.8.3	Héloïse Beaugendre	
	Amélioration des méthodes de frontières immergées pour la simulation d'écoulements turbulents sur grilles cartésiennes	68
Minisymposium 9 : Optimisation et Calcul des Variations		69
MS.9.1	Nicolas Clozeau	
	Annealed quantitative estimates for the quadratic 2D-discrete random matching problem	70
MS.9.2	Mathias Dus	
	Numerical solution of elliptic partial differential equation problems in high dimension using two-layer neural networks	71
MS.9.3	Hugo Malamut	
	Transport optimal entropique : découpler l'entropie de la sous-optimalité	72
MS.9.4	Maxime Sylvestre	
	Calcul du transport optimal faible	73
Minisymposium 10 : Modèles et asymptotiques pour les matériaux ferromagnétiques I		74
MS.10.1	Philippe Gravejat	
	About the dynamics of the Landau-Lifshitz equation	75
MS.10.2	Frédéric Hérau	
	Semiclassical analysis of the Neumann Laplacian with constant magnetic field in three dimensions	76
MS.10.3	Antonin Monteil	
	Magnetic skyrmions confined in a bounded domain	77

MS.10.4	Dimitri Cobb	
	Temps de vie des solutions en magnétohydrodynamique idéale	78
Minisymposium 11 : Multiscale modelling and simulation of urban floods 79		
MS.11.1	Katia Ait Ameer	
	Downscaling shallow water simulations using neural networks	80
MS.11.2	Mustapha Allabou	
	Hybrid AI based reduction of the shallow water system for flood plain simulations	81
MS.11.3	Sebastian Nash	
	Single Porosity Model : Exploring the Spatial Resolution Limits in Complex Urban Pat- terns	82
MS.11.4	Antoine Rousseau	
	Modélisation multi-échelle des inondations : nouveaux modèles et outils numériques	83
Minisymposium 12 : Modélisation, méthodes numériques et applications en océanographie 84		
MS.12.1	Mahieddine Adim	
	Approximating a continuously stratified hydrostatic system by the multi-layer shallow water system.	85
MS.12.2	Chourouk El Hassanieh	
	Schémas cinétiques implicites pour Saint-Venant	86
MS.12.3	Ralph Lteif	
	Une nouvelle classe de système de Boussinesq d'ordre supérieur/étendu pour des simula- tions numériques efficaces par opérateurs de "splitting"	87
MS.12.4	Alan Riquier	
	Finite Element analysis of viscous breaking waves and the limit of high Reynolds number	88
Minisymposium 13 : AMIES et le réseau MSO-DE 89		
MS.13.1	Jérôme Lelong	
	Présentation d'AMIES	90
MS.13.2	Stéphane Labbe	
	Relation avec les entreprises, l'expérience Summit	91
MS.13.3	Girault Gnanguenon Guesse	
	Agence Lebesgue de Mathématiques pour l'innovation : présentation et activités récentes	92
Minisymposium 14 : Méthodes multi-échelles pour les EDP 93		
MS.14.1	Nicolas Clozeau	
	Optimal computational boundary conditions for linear elliptic equations in random media	94
MS.14.2	Simon Ruget	
	Approximations effectives pour des équations elliptiques hautement oscillantes	95
MS.14.3	Albéric Lefort	
	Multi-scale numerical methods for reaction-diffusion equations with oscillating coefficients	96
MS.14.4	Loïc Balazi Atchy Nillama	
	Méthode des éléments finis multi-échelles pour les écoulements incompressibles	97
Minisymposium 15 : Contrôle d'ensembles paramétriques de systèmes dynamiques 98		
MS.15.1	Nicolas Augier	
	Occupation measure relaxations for optimal control	99
MS.15.2	Baparou Danhane	
	Ensemble contrôlabilité pour l'équation de la chaleur	100
MS.15.3	Ruikang Liang	
	Ensemble control of n-level systems via combined adiabatic and rotating wave approxi- mations	101
MS.15.4	Alessandro Scagliotti	
	Weighted and uniform optimal control of ensembles of systems via Gamma-convergence	102
Minisymposium 16 : Mathematical modeling for low-Reynolds-number swimming 103		
MS.16.1	François Alouges	
	Swimming at low Reynolds number	104
MS.16.2	Jessie Levillain	
	Mathematical models for flagellar activation	105
MS.16.3	Irene Anello	
	Flagellar activation mechanism : a non linear study.	106
MS.16.4	Clément Moreau	
	Multi-scale analysis and reduced models for low-Reynolds swimmers	107

Minisymposium 17 : Méthode de Lattice Boltzmann et applications en mécanique des fluides	108
MS.17.1 Denise Aregba-Driollet	
Convergence de la méthode de Boltzmann sur réseau avec sur-relaxation pour des lois de conservation non linéaires	109
MS.17.2 Thomas Bellotti	
Schémas de Boltzmann sur réseau d'ordre quatre entropiquement stables pour les systèmes hyperboliques	110
MS.17.3 Nathalie Bonamy Parrilla	
Schémas Boltzmann sur réseau pour les systèmes de dérive diffusion	111
MS.17.4 Filipa Caetano	
Etude paramétrique de la stabilité du schéma D1Q3 pour l'équation d'advection	112
Minisymposium 18 : Modèles et asymptotiques pour les matériaux ferromagnétiques II	113
MS.18.1 Brigitte Bidegaray-Fesquet	
Schémas en temps pour le couplage des équations de Maxwell dans des milieux matériels complexes	114
MS.18.2 Nicolas Laflorencie	
An introduction to Many-Body Localization for a simple random spin chain model	115
MS.18.3 Ludovic Godard-Cadillac	
Modélisation et analyse du micro-magnétisme des nano-particules et des nano-fils magnétiques	116
MS.18.4 Robin Roussel	
Optimisation de forme de l'hélicité harmonique pour des domaines toroïdaux	117
Minisymposium 19 : Robustesse et optimalité en contrôle quantique	118
MS.19.1 Quentin Ansel	
Optimal control strategies for parameter estimation of quantum systems	119
MS.19.2 Bruno Peaudecerf	
Optimal control of a Bose-Einstein condensate in an optical lattice	120
MS.19.3 Angela Riva	
Time-Convolutionless Master Equation Applied to Adiabatic Elimination	121
MS.19.4 Rémi Robin	
Stabilization of a dissipative cat-qubit	122
Minisymposium 20 : Théorie du contrôle et modélisation pour la mécanique des fluides	123
MS.20.1 Frédéric Boyer	
Modèle continu pour l'étude de l'ondulation latérale des serpents	124
MS.20.2 Vincent Laheurte	
Coût de contrôlabilité de systèmes hyperboliques linéaires	125
MS.20.3 Sébastien Martin	
Modélisation 3D et simulation du transport mucociliaire	126
MS.20.4 Swann Marx	
La méthode des perturbations singulières pour les EDPs	127
Minisymposium 21 : Apprentissage automatique et par renforcement pour des divers problèmes inverses	128
MS.21.1 Kala Agbo Bidi	
Mosquito population Feedback Control with Deep Reinforcement Learning	129
MS.21.2 Souleymane Kadri-Harouna	
Apprentissage par renforcement pour le contrôle numérique d'équations paraboliques	130
MS.21.3 Jean-Christophe Loiseau	
A whirlwind tour of SINDy	131
MS.21.4 Mahdi Tekitek	
Stabilité numérique d'un schéma (MRT) de Boltzmann sur réseau. Comment trouver des paramètres de relaxation stables ?	132
Minisymposium 22 : Optimal Transport and Applications	133
MS.22.1 Luigi De Pascale	
A minimalist approach to entropic approximations of optimal transport problems	134
MS.22.2 Maxime Laborde	
Stability of Schrödinger potentials and application to PDEs	135
MS.22.3 Andrea Natale	
Extrapolation in the Wasserstein space	136

MS.22.4 Paul Pegon	
Convergence rate of entropy-regularized multi-marginal optimal transport costs	137
Minisymposium 23 : Boundary conditions for water waves problems - Theoretical and numerical issues	138
MS.23.1 Lucas Coeuret	
Stability of discrete shock profiles for systems of conservation laws	139
MS.23.2 Maria Kazakova	
Couches absorbantes parfaitement adaptées (PML) pour les modèles dispersifs-hyperboliques des vagues	140
MS.23.3 Martin Parisot	
Conditions limites théoriques et pratiques basées sur la structure de projection des équations de Green-Naghdi	141
MS.23.4 Mathieu Rigal	
Conditions aux bords générales pour le modèle de Boussinesq-Abbott avec fond variable	142
Minisymposium 24 : Contrôle constructif : méthodes et applications	143
MS.24.1 Thomas Wahl	
Closed-loop neurostimulation for the treatment of schizophrenia	144
MS.24.2 Ivan Hasenohr	
Preuves assistées par ordinateur de non-atteignabilité pour des systèmes de contrôle linéaires	145
MS.24.3 Camille Pouchol	
Atteignabilité constructive pour les problèmes de contrôle linéaires sous contraintes de parcimonie	146
MS.24.4 Guillaume Olive	
Temps minimal de contrôle pour les systèmes hyperboliques linéaires en 1D	147
Minisymposium 25 : Mini-symposium sur la précision variable et multi-précision	148
MS.25.1 Fabienne Jezequel	
Auto-ajustement de la précision grâce au logiciel PROMISE	149
MS.25.2 Hugo Dorfsman	
Stratégies de résolutions de systèmes linéaires creux en précision mixte avec BiCGStab	150
MS.25.3 Alfredo Buttari	
Truncated QR factorization with pivoting in mixed precision	151
MS.25.4 Arthur Saunier	
Matrices hiérarchiques pour les problèmes à convection dominante	152

Sessions parallèles

153

Session parallèle 1 : Sessions Parallèles	154
SP.1.1 : Charbella Abou Khalil	
Numerical integration for the nonlinear Klein–Gordon equations in low regularity and conservation properties	154
SP.1.2 : Laurent Attias	
Etude du spectre de l'équation de McKendrick semi-discrétisée	155
SP.1.3 : Margherita Castellano	
Méthode volumes finis pour des équations de Cahn-Hilliard avec surfactants	156
SP.1.4 : Axelle Drouard	
Semi-implicit numerical method for hyperbolic problems	157
SP.1.5 : Thomas Saigre	
Low to high order finite element methods for elliptic problems in the presence of Dirac source term	158
SP.1.6 : Laurent Series	
PIROCK : une implémentation en C++ d'une méthode IMEX à stabilité étendue	159
Session parallèle 2 : Sessions Parallèles	160
SP.2.1 : Pierre Cavaré	
Parcimonie et contrôle L1-optimal pour des systèmes de contrôle linéaires	160

SP.2.2 : Sue Claret	Approximation d'un contrôle exact frontière pour une équation des ondes semi-linéaire unidimensionnelle avec des conditions aux limites mixtes	161
SP.2.3 : Lucas Davron	Sur le contrôle des systèmes LTI avec commandes (H^1) '\$	162
SP.2.4 : Epiphane Loko	Point-wise dissipation conditions in input-to-state stability of time-delay systems and Fredholm backstepping methods for spectral operators	163
SP.2.5 : Thomas Nancy	Inégalités de Carleman pour une poutre de Timoshenko et applications	164
SP.2.6 : Ali Perina	Stabilisation d'un système de transmission entre un matériau élastique et une plaque de Mindlin-Timoshenko	165
Session parallèle 3 : Sessions Parallèles		166
SP.3.1 : Bahae-Eddine Madir	Réseaux neuronaux informés par la physique pour la conduction thermique avec changement de phase	166
SP.3.2 : Charlotte Milano	Méthode de contraste de source pour la cartographie électromagnétique en imagerie médicale	167
SP.3.3 : Maxime Payan	Une preuve assistée par ordinateur pour un état stationnaire d'un modèle de chimiotaxisme	168
SP.3.4 : Wieke Prummel	Exploring the Significance of Graphs in Image Processing and Computer Vision Applications	169
SP.3.5 : Tom Sprunck	Peut-on entendre la forme d'une pièce?	170
SP.3.6 : Léopold Trémant	Learning non-canonical Hamiltonian dynamics	171
Session parallèle 4 : Sessions Parallèles		172
SP.4.1 : Victor Fournet	Linear Landau damping and instabilities in fluid-particles interaction	172
SP.4.2 : Olivier Hénot	Marchal's conjecture : from the Lagrange triangle to the figure eight	173
SP.4.3 : Jade Le Quentrec	Étude théorique et numérique d'équations de Schrödinger non linéaire avec des termes de défaut	174
SP.4.4 : Mazen Saad	Comportement asymptotique des solutions d'un modèle de chimiotaxie dégénéré non linéaire	175
SP.4.5 : Raafat Talhouk	Weak and Global solutions for the one-dimension Boussinesq-Peregrine system under small bottom variation	176
SP.4.6 : Sophie Thery	Well-posedness of a non-local ocean-atmosphere coupling model	177
Session parallèle 5 : Sessions Parallèles		178
SP.5.1 : Arthur Arnoult	Décomposition de domaine (OSWR) pour le problème d'Oseen	178
SP.5.2 : Théo Coiffard	Développement d'une méthode de Boltzmann sur réseau pour l'intrusion d'eau salée dans des aquifères	179
SP.5.3 : Esteban Coiffier	Schéma numérique décalé pour la simulation d'écoulements à bas nombre de Mach	180
SP.5.4 : Robin Colombier	Un schéma volumes finis pour les équations de Navier-Stokes quantique	181
SP.5.5 : Thomas Crozon	Positivity-preserving DDFV scheme for compressible two-phase Darcy flow in porous media	182

SP.5.6 : Ishak Tifouti	
Réduction de modèle locale et non-linéaire avec adaptation de maillage anisotrope	183
Session parallèle 6 : Sessions Parallèles	184
SP.6.1 : Emma Lagracie	
Un modèle moyenné en épaisseur pour le problème inverse de l'imagerie électrocardiogra-	
phique.	184
SP.6.2 : Guillaume Mestdagh	
Modèle quasi-statique pour simuler les échanges ioniques dans les cellules de garde des	
plantes	185
SP.6.3 : Simone Nati Poltri	
Asymptotic Analysis of Electrophysiology Modeling after Pulsed Field Ablation	186
SP.6.4 : Valentin Pannetier	
Modèle bidomaine couplé à un stimulateur multi-électrodes en électrophysiologie car-	
diaque	187
SP.6.5 : Stéphanie Salmon	
Modélisation du système urinaire inférieur de l'enfant	188
SP.6.6 : Céline Van Landeghem	
Towards an elastic swimmer framework including contact	189
Session parallèle 7 : Sessions Parallèles	190
SP.7.1 : Georges Edde	
Numerical modeling of air flows in an underground cavity connected to the surface by a	
shaft	190
SP.7.2 : Diego Gajardo	
Study of a fluid-structure interaction model	191
SP.7.3 : Quentin Houssier	
Un modèle de contact lubrifié avec frottement pour la simulation numérique de milieux	
granulaires immergés	192
SP.7.4 : Giuseppe Orlando	
A two-scale model for two-phase flows including geometric variables	193
SP.7.5 : Teddy Pichard	
A moment model for non-equilibrium electrons in a plasma dominated by electron-neutral	
collisions	194
Session parallèle 8 : Sessions Parallèles	195
SP.8.1 : Stéphane Balac	
Numerical investigations of Lugiato-Lefever equation for Kerr combs generation in Fabry-	
Perot resonators	195
SP.8.2 : Timothée Devictor	
Optimisation géométrique lagrangienne des contraintes mécaniques d'une résistance élec-	
trique	196
SP.8.3 : Alexandre Gangloff	
Une stratégie de sous-cyclage pour des méthodes de Volumes-Finis Lagrangiennes, appli-	
quée à l'interaction fluide structure	197
SP.8.4 : Richard Joly	
Optimisation géométrique d'un modèle de batterie lithium-ion	198
SP.8.5 : Roman Vanlaere	
Non Null-Controllability Properties of the Generalized Grushin Equation on 2D-Manifolds	199
SP.8.6 : Rodrigo Zelada	
Shape optimization with discontinuities	200
Session parallèle 9 : Sessions Parallèles	201
SP.9.1 : Clément Cardoen	
Une approche moment pour des lois de conservation hyperboliques paramétrées	201
SP.9.2 : Haythem Cheikh	
Convergence vers l'équilibre pour les solutions de certains systèmes discrétisés forcés du	
second ordre de type gradient	202
SP.9.3 : Igor Chollet	
Approche hiérarchique pour la dynamique moléculaire en champs de force polarisables à	
large échelle	203

SP.9.4 : Joyce Ghantous	
Numerical analysis of a spectral problem with high order boundary conditions on curved meshes	204
SP.9.5 : Quentin Goepfert	
Estimation of the effective sound speed in an acoustic medium	205
SP.9.6 : Dongchen He	
Local density interpolation applied to boundary integral methods	206
Session parallèle 10 : Sessions Parallèles	207
SP.10.1 : Mouhamad Al Sayed Ali	
Mixed precision numerical methods for solving large systems of ordinary differential equations	207
SP.10.2 : Josselin Massot	
Ponio : vous reprendrez bien un peu d'intégrateur en temps?	208
SP.10.3 : Jules Pertinand	
Analyse d'un schéma HMM à un pas pour les systèmes d'EDS lents-rapides	209
SP.10.4 : Alexis Tardieu	
Schémas Galerkin discontinus d'ordre arbitrairement élevé : variantes et application à l'équation d'advection-diffusion 2D	210
SP.10.5 : Thomas Vigier	
Un schéma cinétique préservant l'asymptotique pour le modèle M1 appliqué au transport thermique non local	211
SP.10.6 : Ahmad Zorkot	
A Lagrange-Galerkin method for the first order mean field game system	212
Session parallèle 11 : Sessions Parallèles	213
SP.11.1 : Ali Asad	
Numerical simulations of lithium-ion batteries using adaptive methods	213
SP.11.2 : Pierre-Loïc Bacq	
A robust preconditioner for saddle-point problems in an industrial context	214
SP.11.3 : Zeina Chehade	
Cell-by-Cell Model of Cardiac Electrophysiology : Finite Volume Approaches and Numerical Analysis	215
SP.11.4 : Arsène Marzorati	
Mixed precision and local error in ordinary differential equations	216
SP.11.5 : Pascal Poulet	
L'équation de Helmholtz et ses applications	217
SP.11.6 : Zoubair Tazakkati	
Scaling of a Coupled Electron-Ion-Neutral Boltzmann System for Hall Thrusters	218
Session parallèle 12 : Sessions Parallèles	219
SP.12.1 : Bijan Mohammadi	
Bondzai : création d'une startup par un Enseignant-Chercheur	219
SP.12.2 : Flore Nabet	
Opération Postes	220
SP.12.3 : Oscar Jacquot	
Réduction de modèle pour la dynamique des aérosols	221
SP.12.4 : Carlos Brito Pacheco	
Optimisation de la forme et de la topologie des régions soutenant les conditions aux limites.	222
SP.12.5 : Quentin Chauleur	
Simulation de condensats de Bose-Einstein et vortex quantiques	223

Posters

225

Session posters 1 : Apéritif de bienvenue et posters	226
--	-----

Sessions spéciales

227

Index alphabétique des orateurs

229

Mot d'introduction	2
Comités	3
Partenaires	4

Depuis 1967 le Congrès National d'Analyse Numérique (CANUM) permet chaque année aux universitaires, chercheurs et industriels de se rencontrer et d'échanger idées, problèmes et informations. Il vise à faire le point sur les développements récents dans le domaine de l'analyse numérique, plus généralement des mathématiques appliquées et présente un large spectre de sujets allant des aspects théoriques au calcul scientifique. C'est un congrès très ouvert. Il est l'occasion pour chacun de diffuser ses travaux récents et, pour les jeunes chercheurs, de se faire connaître et de prendre contact avec les milieux universitaire et industriel.

La Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI) et le laboratoire Mathématiques Image Applications (MIA) de La Rochelle Université organisent ce 46ème Congrès National d'Analyse Numérique au coeur d'un territoire boisé caché derrière les dunes du Bois-Plage-en-Ré, sur la côte sud de l'île. Les organisateurs espèrent que les congressistes pourront profiter de cet agréable cadre de travail malgré un programme de communications scientifiques très riche, comme en témoigne le présent recueil d'abstracts.



Remerciements

Quelques mots pour remercier chaleureusement tous ceux sans qui ce congrès n'aurait pas été le même : les partenaires, les membres du comité scientifique et du comité d'organisation, les membres du service financier de l'Institut LUDI, tout particulièrement Claire Bockstaele et Amélie Pallueau, Gaëlle Farèniaux du Village Océanique et Noura Sahtout à la SMAI.

Comité scientifique

- **Clément Cancès**, Laboratoire Paul Painlevé, Inria, Université de Lille (PRÉSIDENT)
- **François Dubois**, LMSSC, CNAM
- **Virginie Ehrlacher**, CERMICS, ENPC
- **Laurence Halpern**, Laboratoire Analyse, Géométrie & Applications, Université Sorbonne Paris Nord
- **Thierry Horsin**, Laboratoire M2N. CNAM. EPN06- Mathématiques et statistiques., CNAM
- **Florence Hubert**, CNRS, Centrale Marseille, I2M, Aix-Marseille Université
- **Aline Lefebvre-Lepot**, Fédération de Mathématiques CentraleSupélec, CNRS
- **Bertrand Maury**, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, Université Paris-Saclay
- **Valérie Perrier**, Laboratoire Jean Kuntzmann, CNRS, Grenoble INP, Université Grenoble Alpes
- **Pascal Poulet**, Laboratoire de Mathématiques Informatique et Applications, Université des Antilles
- **Mahdi Tekitek**, Laboratoire MIA, La Rochelle Université
- **Lisl Weynans**, IMB, INRIA, Université de Bordeaux

Comité d'organisation

- **Michel Berthier**, Laboratoire MIA, La Rochelle Université
- **Souad Bezzaoucha**, Laboratoire MIA, EIGSI La Rochelle
- **Catherine Choquet**, Laboratoire MIA, Université de La Rochelle (PRÉSIDENTE)
- **Rafik Imekraz**, Laboratoire MIA, La Rochelle Université
- **Souleymane Kadri-Harouna**, Laboratoire MIA, La Rochelle Université
- **Christophe Saint-Jean**, Laboratoire MIA, La Rochelle Université
- **Mahdi Tekitek**, Laboratoire MIA, La Rochelle Université
- **Anastasia Zakharova**, Laboratoire MIA, La Rochelle Université

Partenaires



Programme détaillé

Lundi 27 Mai 2024	6
Mardi 28 Mai 2024	8
Mercredi 29 Mai 2024	12
Jeudi 30 Mai 2024	14
Vendredi 31 Mai 2024	18

14h30 - 15h30 : Conférence Plénière

▷ Modération : C. Choquet

La Passerelle

Laura Grigori Randomization techniques for solving large scale linear algebra problems

15h30 - 16h30 : Conférence Plénière

▷ Modération : C. Choquet

La Passerelle

Rémi Abgrall Une nouvelle approche cinétique pour les équations de Navier Stokes compressibles

17h00 - 19h00 : Minisymposia

▷ *Méthodes et simulations numériques pour les écoulements viscoplastiques* - Organisé par : P. Vigneaux

La Passerelle

17h00 **Clément Berger** Comparisons of numerical methods for yield stress fluids in complex geometry

17h30 **Laurent Chupin** Which models for granular flows in volcanology ?

18h00 **Danila Denisenko** A three-equation shallow-flow model for viscoplastic fluids. Application to the simulation of natural hazards

18h30 **Timm Treskatis** Numerical methods for yield-stress fluids governed by integral constitutive laws

▷ *Transport optimal et applications* - Organisé par : K. Nadjahi

Le Suroit

17h00 **Eloi Tanguy** Propriétés d'Optimisation de la Distance de Sliced Wasserstein Discrète

17h30 **Nina Vesseron** On a Neural Implementation of Brenier's Polar Factorization

18h00 **Hugues Van Assel** Distributional Reduction : Unifying Dimensionality Reduction and Clustering with Gromov-Wasserstein Projection

18h30 **Geert-Jan Huizing** Learning cell fate landscapes from spatial transcriptomics using Fused Gromov-Wasserstein

▷ *Synthèse, restauration et manipulation de données par modèles génératifs et autoencodeurs* - Organisé par : A. Newson

Les Forbans

17h00 **Antoine Houdard** Transport optimal pour l'apprentissage de modèles génératifs

17h30 **Gwilherm Lesné** Espace latent compact et sémantique pour l'édition désenchevêtrée d'images

18h00 **Emile Pierret** Introduction aux modèles de diffusion et étude de leur restriction au cas gaussien

18h30 **Jean Prost** Résolution de problèmes inverses avec des autoencodeur variationnels

▷ *Méthodes de frontières immergées I* - Organisé par : G. Delay, F. Vergnet

17h00 **Guillaume Delay** Une méthode d'interface immergée pour résoudre le problème de Stokes de manière robuste par rapport à un saut de pression

17h30 **Aimene Gouasmi** Reconstructions de flux conservatifs et analyse d'erreur a posteriori pour un problème d'interface discrétisé avec CutFEM

18h00 **Romain Mottier** Unfitted HHO method stabilized by polynomial extension for elliptic interface problems

18h30 **Vanessa Lleras** Méthode ϕ -FEM et quelques applications

19h00 - 20h00 : Apéritif de bienvenue et posters



Le Suroit

08h30 - 09h30 : Conférence Plénière



La Passerelle

Julie Digne Outils numériques pour l'analyse de formes géométriques

09h30 - 10h30 : Conférence Plénière



La Passerelle

Etienne Mémin A consistent framework for stochastic representation of large-scale oceanic flow

11h00 - 13h00 : Sessions Parallèles



Sessions Parallèles -

La Passerelle

11h00 **Charbella Abou Khalil** Numerical integration for the nonlinear Klein–Gordon equations in low regularity and conservation properties

11h20 **Laurent Attias** Etude du spectre de l'équation de McKendrick semi-discretisée

11h40 **Margherita Castellano** Méthode volumes finis pour des équations de Cahn-Hilliard avec surfactants

12h00 **Axelle Drouard** Semi-implicit numerical method for hyperbolic problems

12h20 **Thomas Saigre** Low to high order finite element methods for elliptic problems in the presence of Dirac source term

12h40 **Laurent Series** PIROCK : une implémentation en C++ d'une méthode IMEX à stabilité étendue



Sessions Parallèles -

Le Suroit

11h00 **Pierre Cavaré** Parcimonie et contrôle L1-optimal pour des systèmes de contrôle linéaires

11h20 **Sue Claret** Approximation d'un contrôle exact frontière pour une équation des ondes semi-linéaire unidimensionnelle avec des conditions aux limites mixtes

11h40 **Lucas Davron** Sur le contrôle des systèmes LTI avec commandes $(H^1)'$

12h00 **Epiphane Loko** Point-wise dissipation conditions in input-to-state stability of time-delay systems and Fredholm backstepping methods for spectral operators

12h20 **Thomas Nancy** Inégalités de Carleman pour une poutre de Timoshenko et applications

12h40 **Ali Perina** Stabilisation d'un système de transmission entre un matériau élastique et une plaque de Mindlin-Timoshenko



Sessions Parallèles -

Les Forbans

11h00 **Bahae-Eddine Madir** Réseaux neuronaux informés par la physique pour la conduction thermique avec changement de phase

- 11h20 **Charlotte Milano** Méthode de contraste de source pour la cartographie électromagnétique en imagerie médicale
- 11h40 **Maxime Payan** Une preuve assistée par ordinateur pour un état stationnaire d'un modèle de chimiotaxisme
- 12h00 **Wieke Prummel** Exploring the Significance of Graphs in Image Processing and Computer Vision Applications
- 12h20 **Tom Sprunck** Peut-on entendre la forme d'une pièce ?
- 12h40 **Léopold Trémant** Learning non-canonical Hamiltonian dynamics

▷ *Sessions Parallèles* -

Les Pirates

- 11h00 **Victor Fournet** Linear Landau damping and instabilities in fluid-particles interaction
- 11h20 **Olivier Hénot** Marchal's conjecture : from the Lagrange triangle to the figure eight
- 11h40 **Jade Le Quentrec** Étude théorique et numérique d'équations de Schrödinger non linéaire avec des termes de défaut
- 12h00 **Mazen Saad** Comportement asymptotique des solutions d'un modèle de chimiotaxie dégénéré non linéaire
- 12h20 **Raafat Talhouk** Weak and Global solutions for the one-dimension Boussinesq-Peregrine system under small bottom variation
- 12h40 **Sophie Thery** Well-posedness of a non-local ocean-atmosphere coupling model

14h30 - 16h30 : Minisymposia

▷ *Calcul des Variations et applications à la physique* - Organisé par : M. Pegon, C. Sarrazin

La Passerelle

- 14h30 **Elise Bonhomme** Méthodes variationnelles appliquées à l'étude de modèles discrets en endommagement brutal
- 15h00 **Camille Labourie** Sur la régularité des fractures fragiles en élasticité linéaire
- 15h30 **Rodrigue Lelotte** The dual charge method for the multimarginal optimal transport with Coulomb cost
- 16h00 **Luca Nenna** An ordinary differential equation for entropic optimal transport and its linearly constrained variants

▷ *La mécanique des fluides dans tous ses états : modélisation, aspects théoriques et numériques* - Organisé par : A. V. Busuioc, M. Gisclon

Le Suroit

- 14h30 **Frédéric Charve** Asymptotiques cachées pour les solutions faibles du système de Boussinesq fortement stratifié
- 15h00 **Arnaud Duran** Estimations d'énergie discrètes pour un modèle dispersif hyperbolique de propagation de vagues.
- 15h30 **Marguerite Gisclon** Modélisation mathématique des films minces avec applications aux transferts de chaleur
- 16h00 **Pascal Noble** Modélisation et étude de la formation de motifs sur des terrains érodés par un fluide

▷ *Réseaux de neurones et résolution d'équations aux dérivées partielles* - Organisé par : M. Duprez, V. Lleras

Les Forbans

14h30 **Amaury Belieres Frendo** GEOMETRIC SHAPE OPTIMIZATION FOR DIRICHLET ENERGY WITH PHYSICS INFORMED AND SYMPLECTIC NEURAL NETWORKS

15h00 **Elie Bretin** Mouvement par courbure moyenne, réseaux de neurones et applications

15h30 **Guillaume Mestdagh** Contrôle optimal d'un réseau de neurones pour le recalage d'organe en temps réel en chirurgie augmentée

16h00 **Killian Vuillemot** -FEM-FNO : une nouvelle approche pour entraîner un opérateur neural à résoudre des EDP sur des géométries variables.

▷ *Méthodes de frontières immergées II* - Organisé par : G. Delay, F. Vergnet

Les Pirates

14h30 **Niami Nasr** Une méthode de frontière immergée pour le problème inverse de la tomographie par impédance électrique

15h00 **Fabien Vergnet** Une méthode de frontière immergée basée sur la résolution d'un problème de contrôle optimal

15h30 **Héloïse Beaugendre** Amélioration des méthodes de frontières immergées pour la simulation d'écoulements turbulents sur grilles cartésiennes

17h00 - 19h00 : Minisymposia

▷ *Optimisation et Calcul des Variations* - Organisé par : M. Pegon, C. Sarrazin

La Passerelle

17h00 **Nicolas Clozeau** Annealed quantitative estimates for the quadratic 2D-discrete random matching problem

17h30 **Mathias Dus** Numerical solution of elliptic partial differential equation problems in high dimension using two-layer neural networks

18h00 **Hugo Malamut** Transport optimal entropique : découpler l'entropie de la sous-optimalité

18h30 **Maxime Sylvestre** Calcul du transport optimal faible

▷ *Modèles et asymptotiques pour les matériaux ferromagnétiques I* - Organisé par : C. Courtès, L. Godard-Cadillac, S. Labbe

Le Suroit

17h00 **Philippe Gravejat** About the dynamics of the Landau-Lifshitz equation

17h30 **Frédéric Hérau** Semiclassical analysis of the Neumann Laplacian with constant magnetic field in three dimensions

18h00 **Antonin Monteil** Magnetic skyrmions confined in a bounded domain

18h30 **Dimitri Cobb** Temps de vie des solutions en magnétohydrodynamique idéale

▷ *Multiscale modelling and simulation of urban floods* - Organisé par : K. Ait Aneur, A. Rousseau

Les Forbans

17h00 **Katia Ait Aneur** Downscaling shallow water simulations using neural networks

17h30 **Mustapha Allabou** Hybrid AI based reduction of the shallow water system for flood plain simulations

18h00 **Sebastian Nash** Single Porosity Model : Exploring the Spatial Resolution Limits in Complex Urban Patterns

18h30 **Antoine Rousseau** Modélisation multi-échelle des inondations : nouveaux modèles et outils numériques

▷ *Modélisation, méthodes numériques et applications en océanographie* - Organisé par : V. Duchêne, A. Duran, M. Parisot

Les Pirates

17h00 **Mahieddine Adim** Approximating a continuously stratified hydrostatic system by the multi-layer shallow water system.

17h30 **Chourouk El Hassanieh** Schémas cinétiques implicites pour Saint-Venant

18h00 **Ralph Lteif** Une nouvelle classe de système de Boussinesq d'ordre supérieur/étendu pour des simulations numériques efficaces par opérateurs de "splitting"

18h30 **Alan Riquier** Finite Element analysis of viscous breaking waves and the limit of high Reynolds number

08h30 - 09h30 : Conférence Plénière



La Passerelle

Didier Bresch Une incursion en vulcanologie

09h30 - 10h30 : Conférence Plénière



La Passerelle

Céline Grandmont Analyse de quelques problèmes d'interaction fluide-structure

11h00 - 13h00 : Sessions Parallèles



Sessions Parallèles -

La Passerelle

11h00 **Arthur Arnoult** Décomposition de domaine (OSWR) pour le problème d'Oseen

11h20 **Théo Coiffard** Développement d'une méthode de Boltzmann sur réseau pour l'intrusion d'eau salée dans des aquifères

11h40 **Esteban Coiffier** Schéma numérique décalé pour la simulation d'écoulements à bas nombre de Mach

12h00 **Robin Colombier** Un schéma volumes finis pour les équations de Navier-Stokes quantique

12h20 **Thomas Crozon** Positivity-preserving DDFV scheme for compressible two-phase Darcy flow in porous media

13h00 **Ishak Tifouti** Réduction de modèle locale et non-linéaire avec adaptation de maillage anisotrope



Sessions Parallèles -

Le Suroit

11h00 **Emma Lagracie** Un modèle moyenné en épaisseur pour le problème inverse de l'imagerie électrocardiographique.

11h20 **Guillaume Mestdagh** Modèle quasi-statique pour simuler les échanges ioniques dans les cellules de garde des plantes

11h40 **Simone Nati Poltri** Asymptotic Analysis of Electrophysiology Modeling after Pulsed Field Ablation

12h00 **Valentin Pannetier** Modèle bidomaine couplé à un stimulateur multi-électrodes en électrophysiologie cardiaque

12h20 **Stéphanie Salmon** Modélisation du système urinaire inférieur de l'enfant

12h40 **Céline Van Landeghem** Towards an elastic swimmer framework including contact



Sessions Parallèles -

Les Forbans

- 11h00 **Georges Edde** Numerical modeling of air flows in an underground cavity connected to the surface by a shaft
- 11h20 **Diego Gajardo** Study of a fluid-structure interaction model
- 11h40 **Quentin Houssier** Un modèle de contact lubrifié avec frottement pour la simulation numérique de milieux granulaires immergés
- 12h00 **Giuseppe Orlando** A two-scale model for two-phase flows including geometric variables
- 12h20 **Teddy Pichard** A moment model for non-equilibrium electrons in a plasma dominated by electron-neutral collisions
-

▷ *Sessions Parallèles* -

Les Pirates

- 11h00 **Stéphane Balac** Numerical investigations of Lugiato-Lefever equation for Kerr combs generation in Fabry-Perot resonators
- 11h20 **Timothée Devictor** Optimisation géométrique lagrangienne des contraintes mécaniques d'une résistance électrique
- 11h40 **Alexandre Gangloff** Une stratégie de sous-cyclage pour des méthodes de Volumes-Finis Lagrangiennes, appliquée à l'interaction fluide structure
- 12h00 **Richard Joly** Optimisation géométrique d'un modèle de batterie lithium-ion
- 12h20 **Roman Vanlaere** Non Null-Controllability Properties of the Generalized Grushin Equation on 2D-Manifolds
- 12h40 **Rodrigo Zelada** Shape optimization with discontinuities

08h30 - 09h30 : Conférence Plénière



La Passerelle

Juliette Chabassier Modélisation et simulation numérique d'instruments de musique

09h30 - 10h30 : Plénier AMIES - 1h15



AMIES et le réseau MSO-DE - Organisé par : J. Lelong

La Passerelle

09h30 **Jérôme Lelong** Présentation d'AMIES

09h55 **Stéphane Labbe** Relation avec les entreprises, l'expérience Summit

10h20 **Girault Gnanguenon Guesse** Agence Lebesgue de Mathématiques pour l'innovation : présentation et activités récentes

11h00 - 13h00 : Sessions Parallèles



Sessions Parallèles -

La Passerelle

11h00 **Clément Cardoen** Une approche moment pour des lois de conservation hyperboliques paramétrées

11h20 **Haythem Cheikh** Convergence vers l'équilibre pour les solutions de certains systèmes discrétisés forcés du second ordre de type gradient

11h40 **Igor Chollet** Approche hiérarchique pour la dynamique moléculaire en champs de force polarisables à large échelle

12h00 **Joyce Ghantous** Numerical analysis of a spectral problem with high order boundary conditions on curved meshes

12h20 **Quentin Goepfert** Estimation of the effective sound speed in an acoustic medium

12h40 **Dongchen He** Local density interpolation applied to boundary integral methods



Sessions Parallèles -

Le Suroit

11h00 **Mouhamad Al Sayed Ali** Mixed precision numerical methods for solving large systems of ordinary differential equations

11h20 **Josselin Massot** Ponio : vous reprendrez bien un peu d'intégrateur en temps ?

11h40 **Jules Pertinand** Analyse d'un schéma HMM à un pas pour les systèmes d'EDS lents-rapides

12h00 **Alexis Tardieu** Schémas Galerkin discontinus d'ordre arbitrairement élevé : variantes et application à l'équation d'advection-diffusion 2D

12h20 **Thomas Vigier** Un schéma cinétique préservant l'asymptotique pour le modèle M1 appliqué au transport thermique non local

12h40 **Ahmad Zorkot** A Lagrange-Galerkin method for the first order mean field game system

▷ *Sessions Parallèles* -

Les Forbans

- 11h00 **Ali Asad** Numerical simulations of lithium-ion batteries using adaptive methods
11h20 **Pierre-Loïc Bacq** A robust preconditioner for saddle-point problems in an industrial context
11h40 **Zeina Chehade** Cell-by-Cell Model of Cardiac Electrophysiology : Finite Volume Approaches and Numerical Analysis
12h00 **Arsène Marzorati** Mixed precision and local error in ordinary differential equations
12h20 **Pascal Poulet** L'équation de Helmholtz et ses applications
12h40 **Zoubair Tazakkati** Scaling of a Coupled Electron-Ion-Neutral Boltzmann System for Hall Thrusters
-

▷ *Sessions Parallèles* -

Les Pirates

- 11h00 **Bijan Mohammadi** Bondzai : création d'une startup par un Enseignant-Chercheur
11h20 **Flore Nabet** Opération Postes
11h40 **Oscar Jacquot** Réduction de modèle pour la dynamique des aérosols
12h00 **Carlos Brito Pacheco** Optimisation de la forme et de la topologie des régions soutenant les conditions aux limites.
12h20 **Quentin Chauleur** Simulation de condensats de Bose-Einstein et vortex quantiques
-

14h30 - 16h30 : Minisymposia

▷ *Méthodes multi-échelles pour les EDP* - Organisé par : L. Balazi Atchy Nillama, F. Legoll, P. Omnes

La Passerelle

- 14h30 **Nicolas Clozeau** Optimal computational boundary conditions for linear elliptic equations in random media
15h00 **Simon Ruget** Approximations effectives pour des équations elliptiques hautement oscillantes
15h30 **Albéric Lefort** Multi-scale numerical methods for reaction-diffusion equations with oscillating coefficients
16h00 **Loïc Balazi Atchy Nillama** Méthode des éléments finis multi-échelles pour les écoulements incompressibles
-

▷ *Contrôle d'ensembles paramétriques de systèmes dynamiques* - Organisé par : N. Augier, R. Robin

Le Suroit

- 14h30 **Nicolas Augier** Occupation measure relaxations for optimal control
15h00 **Baparou Danhane** Ensemble contrôlabilité pour l'équation de la chaleur
15h30 **Ruikang Liang** Ensemble control of n-level systems via combined adiabatic and rotating wave approximations
16h00 **Alessandro Scagliotti** Weighted and uniform optimal control of ensembles of systems via Gamma-convergence
-

▷ *Mathematical modeling for low-Reynolds-number swimming* - Organisé par : J. Levillain

Les Forbans

14h30 **François Alouges** Swimming at low Reynolds number
15h00 **Jessie Levillain** Mathematical models for flagellar activation
15h30 **Irene Anello** Flagellar activation mechanism : a non linear study.
16h00 **Clément Moreau** Multi-scale analysis and reduced models for low-Reynolds swimmers

▷ *Méthode de Lattice Boltzmann et applications en mécanique des fluides* - Organisé par : S. Brull

Les Pirates

14h30 **Denise Aregba-Driollet** Convergence de la méthode de Boltzmann sur réseau avec sur-relaxation pour des lois de conservation non linéaires
15h00 **Thomas Bellotti** Schémas de Boltzmann sur réseau d'ordre quatre entropiquement stables pour les systèmes hyperboliques
15h30 **Nathalie Bonamy Parrilla** Schémas Boltzmann sur réseau pour les systèmes de dérive diffusion
16h00 **Filipa Caetano** Etude paramétrique de la stabilité du schéma D1Q3 pour l'équation d'advection

17h00 - 19h00 : Minisymposia

▷ *Modèles et asymptotiques pour les matériaux ferromagnétiques II* - Organisé par : C. Courtès, L. Godard-Cadillac, S. Labbe

La Passerelle

17h00 **Brigitte Bidegaray-Fesquet** Schémas en temps pour le couplage des équations de Maxwell dans des milieux matériels complexes
17h30 **Nicolas Laflorencie** An introduction to Many-Body Localization for a simple random spin chain model
18h00 **Ludovic Godard-Cadillac** Modélisation et analyse du micro-magnétisme des nano-particules et des nano-fils magnétiques
18h30 **Robin Roussel** Optimisation de forme de l'hélicité harmonique pour des domaines toroïdaux

▷ *Robustesse et optimalité en contrôle quantique* - Organisé par : N. Augier, R. Robin

Le Suroit

17h00 **Quentin Ansel** Optimal control strategies for parameter estimation of quantum systems
17h30 **Bruno Peaudecerf** Optimal control of a Bose-Einstein condensate in an optical lattice
18h00 **Angela Riva** Time-Convolutionless Master Equation Applied to Adiabatic Elimination
18h30 **Rémi Robin** Stabilization of a dissipative cat-qubit

▷ *Théorie du contrôle et modélisation pour la mécanique des fluides* - Organisé par : S. Marx, C. Moreau

Les Forbans

17h00 **Frédéric Boyer** Modèle continu pour l'étude de l'ondulation latérale des serpents
17h30 **Vincent Laheurte** Coût de contrôlabilité de systèmes hyperboliques linéaires
18h00 **Sébastien Martin** Modélisation 3D et simulation du transport mucociliaire
18h30 **Swann Marx** La méthode des perturbations singulières pour les EDPs

▷ *Apprentissage automatique et par renforcement pour des divers problèmes inverses* - Organisé par : C. Saint-Jean, M. Tekitek

Les Pirates

17h00 **Kala Agbo Bidi** Mosquito population Feedback Control with Deep Reinforcement Learning

17h30 **Souleymane Kadri-Harouna** Apprentissage par renforcement pour le contrôle numérique d'équations paraboliques

18h00 **Jean-Christophe Loiseau** A whirlwind tour of SINDy

18h30 **Mahdi Tekitek** Stabilité numérique d'un schéma (MRT) de Boltzmann sur réseau. Comment trouver des paramètres de relaxation stables ?

08h30 - 10h30 : Minisymposia

▷ *Optimal Transport and Applications* - Organisé par : L. Nenna

La Passerelle

08h30 **Luigi De Pascale** A minimalist approach to entropic approximations of optimal transport problems
 09h00 **Maxime Laborde** Stability of Schrödinger potentials and application to PDEs
 09h30 **Andrea Natale** Extrapolation in the Wasserstein space
 10h00 **Paul Pegon** Convergence rate of entropy-regularized multi-marginal optimal transport costs

▷ *Boundary conditions for water waves problems - Theoretical and numerical issues* - Organisé par : A. Duran, P. Noble

Le Suroit

08h30 **Lucas Coeuret** Stability of discrete shock profiles for systems of conservation laws
 09h00 **Maria Kazakova** Couches absorbantes parfaitement adaptées (PML) pour les modèles dispersifs-hyperboliques des vagues
 09h30 **Martin Parisot** Conditions limites théoriques et pratiques basées sur la structure de projection des équations de Green-Naghdi
 10h00 **Mathieu Rigal** Conditions aux bords générales pour le modèle de Boussinesq-Abbott avec fond variable

▷ *Contrôle constructif : méthodes et applications* - Organisé par : C. Zhang

Les Forbans

08h30 **Thomas Wahl** Closed-loop neurostimulation for the treatment of schizophrenia
 09h00 **Ivan Hasenohr** Preuves assistées par ordinateur de non-atteignabilité pour des systèmes de contrôle linéaires
 09h30 **Camille Pouchol** Atteignabilité constructive pour les problèmes de contrôle linéaires sous contraintes de parcimonie
 10h00 **Guillaume Olive** Temps minimal de contrôle pour les systèmes hyperboliques linéaires en 1D

▷ *Mini-symposium sur la précision variable et multi-précision* - Organisé par : A. Cadiou, B. Fabrèges

Les Pirates

08h30 **Fabienne Jezequel** Auto-ajustement de la précision grâce au logiciel PROMISE
 09h00 **Hugo Dorfsman** Stratégies de résolutions de systèmes linéaires creux en précision mixte avec BiCGStab
 09h30 **Alfredo Buttari** Truncated QR factorization with pivoting in mixed precision
 10h00 **Arthur Saunier** Matrices hiérarchiques pour les problèmes à convection dominante

11h00 - 12h00 : Conférence Plénière

▷

La Passerelle

Ayman Moussa Système SKT : approximation(s) et dérivation(s)

Conférence plénière 1 : Rémi Abgrall	
Une nouvelle approche cinétique pour les équations de Navier Stokes compressibles	20
Conférence plénière 2 : Didier Bresch	
Une incursion en vulcanologie	21
Conférence plénière 3 : Juliette Chabassier	
Modélisation et simulation numérique d'instruments de musique . . .	22
Conférence plénière 4 : Julie Digne	
Outils numériques pour l'analyse de formes géométriques	23
Conférence plénière 5 : Céline Grandmont	
Analyse de quelques problèmes d'interaction fluide-structure	24
Conférence plénière 6 : Laura Grigori	
Randomization techniques for solving large scale linear algebra problems	25
Conférence plénière 7 : Etienne Mémin	
A consistent framework for stochastic representation of large-scale oceanic flow	26
Conférence plénière 8 : Ayman Moussa	
Système SKT : approximation(s) et dérivation(s)	27

Une nouvelle approche cinétique pour les équations de Navier Stokes compressibles

Rémi ABGRALL, Institute für Mathematik, Universität Zürich - Switzerland
Wissocq GAUTHIER, Institute für Mathematik, Universität Zürich - Switzerland

Dans cet exposé, je passerai d'abord en revue la méthode cinétique à la Xi-Jin. Les travaux de Xi et Jin [1] ont eu un très fort impact dans la communauté hyperbolique parce qu'il n'était pas (plus) obligatoire d'utiliser de solveur de Riemann pour construire de nouveaux schémas, voir [2, 3, 4]. Des extensions ont été fournies pour certains problèmes paraboliques, voir [5, 6] entre autres. Ici, le problème est que le pas de temps dépend de l'inverse d'un paramètre de relaxation qui est supposé tendre vers zéro. Ceci rend indispensable l'emploi de schémas implicites.

En partant du travail de [7], nous montrons comment construire des schémas cinétiques, écrits dans l'esprit de Xi et Jin, qui sont capables d'approcher des problèmes paraboliques avec un pas de temps qui est indépendant du paramètre de relaxation, tout en restant explicite. Cette méthode est décrite dans [8] et [9]. On explique aussi pourquoi il n'y a pas de paradoxe.

Les principes fondamentaux sont les suivants :

1. plutôt que de chercher à obtenir les équations souhaitées dans la limite stricte d'un paramètre de relaxation qui tend vers 0, comme c'est généralement le cas dans la limite de diffusion des méthodes cinétiques, les termes de diffusion sont recherchés comme une correction de premier ordre de cette limite dans le développement de Chapman-Enskog,
2. l'introduction d'un couplage entre les variables conservées au sein du processus de relaxation par une matrice de collision spécifiquement conçue permet d'obtenir systématiquement la diffusion souhaitée.

Le lien avec la condition d'entropie sera fait. L'extension de cette stratégie à plusieurs dimensions ne peut cependant pas être réalisée par une simple approche directionnelle, car la diffusion est susceptible de coupler les directions de l'espace entre elles, comme dans le cas de la viscosité de cisaillement dans les équations de Navier-Stokes. Dans ce travail, nous montrons comment la réécriture de la matrice de collision en termes de moments peut résoudre ce problème, quel que soit le nombre d'ondes cinétiques, tout en assurant la conservation de manière systématique. Cette réécriture permet d'introduire une nouvelle classe de modèles cinétiques, de simplifier les méthodes numériques et d'établir des liens avec les modèles de Jin-Xin. Par la suite, de nouveaux schémas cinétiques arbitraires explicites d'ordre élevé sont formulés et validés sur des cas bidimensionnels standard de la littérature.

D'excellents résultats sont obtenus dans la simulation d'une interaction choc-couche limite, validant la capacité de cette approche à simuler les équations de Navier-Stokes avec des vitesses cinétiques n'obéissant qu'à une condition sous-caractéristique ainsi qu'à une contrainte hyperbolique sur le pas de temps.

Références

- [1] Shi Jin, Zhouping Xin. *Commun. Pure Appl. Math.*, 48(3) :235–276, 1995.
- [2] R. Natalini. *Journal of differential equations*, 148 :292–317, 1998.
- [3] D. Aregba-Driollet, R. Natalini. *SIAM J. Numer. Anal.*, 37(6) :1971–2004, 2000.
- [4] F. Bouchut. *Journal of Statistical Physics*, 95(1/2), 1999.
- [5] S. Boscarino, L. Pareschi, G. Russo. *SIAM J. Sci. Comput.*, 35(1) :A22–A51, 2013.
- [6] D. Aregba-Driollet, R. Natalini, S. Tang. *Mathematics of Computation*, 73(245) :63–94, aug 2003.
- [7] R. Abgrall, D. Torlo. *Communications in Mathematical Sciences*, 20(2) :297–326, 2022.
- [8] G. Wissocq, R. Abgrall. arXiv.2310.08356.
- [9] G. Wissocq, R. Abgrall. arXiv.2312.16323.

Contact : remi.abgrall@math.uzh.ch

Une incursion en vulcanologie

Didier BRESCH, Laboratoire de Mathématiques UMR5127 CNRS,
Université Savoie Mont-Blanc - Chambéry

Dans ce travail, je présenterai avec un regard de mathématicien un travail d'interaction multi-disciplinaire de longue haleine avec Alain Burgisser et Marielle Collombet (Isterre Université Savoie Mont-Blanc) et Gladys Narbona-Reina (Departamento Matemca Aplicada I, E.T.S. Arquitectura, Universidad Sevilla). J'essaierai de discuter les questions de modélisation, d'analyse mathématique et numérique que nous avons abordées dans des cadres simplifiés pour mieux comprendre les phénomènes mis en jeu. J'aborderai comment une question provenant de la physique peut impacter le domaine des mathématiques liées aux EDPs même dans sa partie la plus théorique. Cet exposé apportera également un éclairage sur l'axe complexflows du PEPR MathViVEs (France 2030) et sur l'IMPT.

Contact : didier.bresch@univ-smb.fr

Modélisation et simulation numérique d'instruments de musique

Juliette CHABASSIER, Inria Bordeaux Sud Ouest - Bordeaux

L'acoustique musicale est la discipline qui cherche à expliquer le fonctionnement physique des instruments de musique. Elle se base sur une approche liant les sciences expérimentales, la modélisation mathématique et les techniques de simulation informatique. Les instruments de musique sont hautement complexes et font intervenir des couplages entre des phénomènes physiques variés. Cet exposé commencera par balayer les problématiques rencontrées en matière de modélisation et de simulation des instruments de musique, en mettant l'accent sur la finalité des modèles physiques, leurs forces et faiblesses, et les enjeux dans les contextes de synthèse sonore ou d'aide à la facture instrumentale. Des focus sur certaines parties spécifiques des instruments viendront illustrer le nécessaire compromis entre prédictibilité et efficacité. Nous aborderons enfin quelques stratégies numériques originales s'attaquant aux aspects non linéaires présents dans les instruments.

Contact : juliette.chabassier@inria.fr

Outils numériques pour l'analyse de formes géométriques

Julie DIGNE, LIRIS, Université Claude Bernard Lyon 1 - Lyon

Les formes géométriques numérisées sont omniprésentes dans les problématiques de sauvegarde du patrimoine, ou de la création numérique de pièces industrielles. Dans cet exposé, je présenterai de nouveaux outils pour l'analyse de formes permettant de mettre en avant des propriétés différentielles et fréquentielles locales intéressantes. Ceci permet notamment l'extraction de lignes caractéristiques intéressantes. Dans une deuxième partie, je présenterai les défis que les données géométriques représentent pour les méthodes d'apprentissage automatique. Je reviendrai sur certains types de réseaux de neurones qui ont prouvé leur utilité pour leur robustesse au bruit et aux données manquantes, tout en étant très légers.

Contact : julie.digne@cnrs.fr

Analyse de quelques problèmes d'interaction fluide-structure

Céline GRANDMONT, Laboratoire Jacques-Louis Lions, INRIA - Paris

Les phénomènes d'interactions fluide-structure interviennent dans de nombreuses applications tant en aérodynamique qu'en biomécanique. En particulier, ils apparaissent dans l'étude des écoulements biologiques : écoulement sanguin dans les artères, écoulement de l'air dans l'appareil respiratoire. Le fluide interagit avec la structure, mobile ou déformable, qui en retour modifie l'écoulement. Ces phénomènes peuvent être décrits par un système d'EDP qui, lorsque le fluide est décrit par les équations de Navier-Stokes et que la structure est élastique, est de type parabolique-hyperbolique. Il s'agit de systèmes non linéaires fortement couplés où l'interface entre le fluide et la structure est une inconnue du problème. Ces systèmes couplés posent des difficultés tant du point de vue de l'analyse mathématique que de l'implémentation numérique. Les réponses que l'on peut apporter mathématiquement (pour le traitement des non linéarités ou le découplage des problèmes fluide et structure par exemple) peuvent également servir de cadre pour l'élaboration de schémas numériques performants. Dans cet exposé nous tenterons de montrer quelles sont les difficultés qui interviennent lorsque l'on cherche à montrer l'existence de solutions faibles ou fortes et quelles réponses peuvent être apportées. On s'intéressera en particulier à un modèle qui peut être vu comme un modèle jouet pour décrire les écoulements sanguins.

Contact : celine.grandmont@inria.fr

Randomization techniques for solving large scale linear algebra problems

Laura GRIGORI, PSI, École polytechnique fédérale de Lausanne - Suisse

In this talk we discuss recent progress in using randomization for solving large scale linear algebra problems, in particular linear systems of equations and eigenvalue problems. We present first randomized versions of processes for orthogonalizing a set of vectors, and we focus in particular on randomized Householder QR and discuss its unconditional stability in mixed precision arithmetics. We then present their usage in the Arnoldi iteration and associated Krylov subspace methods for solving large scale linear systems of equations and eigenvalue problems. The new methods retain the numerical stability of classic Krylov methods while reducing communication and being more efficient on modern massively parallel computers.

Contact : laura.grigori@epfl.ch

A consistent framework for stochastic representation of large-scale oceanic flow

Etienne MÉMIN, Odyssey group, Inria, Université de Rennes - Rennes

Dans cette présentation, je décrirai un formalisme, appelé modélisation sous incertitude de position (LU), pour dériver de manière systématique des représentations stochastiques à grande échelle de la dynamique d'écoulements fluides permettant de prendre en compte l'évolution des incertitudes du modèle considéré. L'incertitude introduite ici est décrite à travers un champ aléatoire et vise principalement à représenter les effets à petite échelle des processus qui sont négligés dans le modèle d'évolution à grande échelle.

La dynamique à grande échelle résultante est construite à partir d'une représentation stochastique du théorème de transport de Reynolds. Ce formalisme permet, de la même manière que dans le cas déterministe, une dérivation physiquement pertinente (c'est-à-dire à partir des lois de conservation habituelles) des lois d'évolution recherchées. Nous montrerons en particulier comment dériver systématiquement une représentation stochastique de la dynamique des écoulements géophysiques. Nous donnerons plusieurs exemples de simulations obtenues pour les équations primitives hydrostatiques océaniques avec différents bruits construits soit à partir de données soit à partir de la simulation courante. Nous présenterons brièvement quelques résultats mathématiques associés à ces modèles stochastiques. Nous explorerons enfin une formulation variationnelle permettant de mettre en évidence une dynamique pour les petites échelles de l'écoulement.

Contact : etienne.memin@inria.fr

Approximation et dérivation du système SKT

Ayman MOUSSA, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Sorbonne Université - Paris

Nous commencerons par rappeler l'origine du système de réaction-diffusion "SKT" et les défis à ce jour non résolus concernant celui-ci. Nous évoquerons les différentes stratégies d'approximation et plus particulièrement sur un schéma proposé en 2019 par Daus, Desvilletes et Dietert. À l'aide d'une estimation de stabilité locale sur le système et de traduction dans un cadre semi-discret, nous expliquerons comment ce schéma peut conduire à un résultat de dérivation reliant le système SKT à une famille de marches aléatoires répulsives sur un réseau discret. Il s'agit d'un travail en collaboration avec Vincent Bansaye et Felipe Muñoz-Hernández.

Contact : ayman.moussa@sorbonne-universite.fr

Minisymposium 1 : Méthodes et simulations numériques pour les écoulements viscoplastiques	30
Minisymposium 2 : Transport optimal et applications	35
Minisymposium 3 : Synthèse, restauration et manipulation de données par modèles génératifs et autoencodeurs	40
Minisymposium 4 : Méthodes de frontières immergées I	45
Minisymposium 5 : Calcul des Variations et applications à la physique	50
Minisymposium 6 : La mécanique des fluides dans tous ses états : modélisation, aspects théoriques et numériques	55
Minisymposium 7 : Réseaux de neurones et résolution d'équations aux dérivées partielles	60
Minisymposium 8 : Méthodes de frontières immergées II	65
Minisymposium 9 : Optimisation et Calcul des Variations	69
Minisymposium 10 : Modèles et asymptotiques pour les matériaux ferromagnétiques I	74
Minisymposium 11 : Multiscale modelling and simulation of urban floods	79
Minisymposium 12 : Modélisation, méthodes numériques et applications en océanographie	84
Minisymposium 13 : AMIES et le réseau MSO-DE	89
Minisymposium 14 : Méthodes multi-échelles pour les EDP	93
Minisymposium 15 : Contrôle d'ensembles paramétriques de systèmes dynamiques	98
Minisymposium 16 : Mathematical modeling for low-Reynolds-number swimming	103
Minisymposium 17 : Méthode de Lattice Boltzmann et applications en mécanique des fluides	108
Minisymposium 18 : Modèles et asymptotiques pour les matériaux ferromagnétiques II	113
Minisymposium 19 : Robustesse et optimalité en contrôle quantique	118
Minisymposium 20 : Théorie du contrôle et modélisation pour la mécanique des fluides	123
Minisymposium 21 : Apprentissage automatique et par renforcement pour des divers problèmes inverses	128
Minisymposium 22 : Optimal Transport and Applications	133
Minisymposium 23 : Boundary conditions for water waves problems - Theoretical and numerical issues	138
Minisymposium 24 : Contrôle constructif : méthodes et applications	143
Minisymposium 25 : Mini-symposium sur la précision variable et multi-précision	148

Méthodes et simulations numériques pour les écoulements viscoplastiques

Paul VIGNEAUX, LAMFA CNRS UMR 7352 - Amiens

Les matériaux viscoplastiques sont caractérisés par leur faculté à être rigides si la contrainte exercée sur eux est inférieure à un certain seuil τ_y alors qu'ils deviennent fluides si cette contrainte dépasse τ_y . La loi de comportement de Bingham est l'exemple le plus classique d'une telle rhéologie. Mathématiquement, elle conduit à des inéquations variationnelles et à des méthodes spécifiques pour pouvoir calculer précisément la richesse des comportements exhibés par ces matériaux : la coexistence de zones fluidifiées et de zones rigides à vitesse nulle ou mobiles pose des difficultés pour les simulations numériques. Dans les toutes dernières années, une activité soutenue a vu l'émergence des nouvelles méthodes et applications (industrie, géophysique, biologie) pour simuler ces écoulements. Ce minisymposium (MS) vise à en présenter quelques aspects.

Les orateurs sont, par ordre alphabétique

- Clément Berger (Doctorant, ENS de Lyon) : Comparisons of numerical methods for yield stress fluids in complex geometry
- Laurent Chupin (PR, Clermont) : Which models for granular flows in volcanology ?
- Danila Denisenko (Doctorant, INRAE Grenoble) : A three-equation shallow-flow model for viscoplastic fluids. Application to the simulation of natural hazards.
- Timm Treskatis (MCF, TU Dortmund) : Numerical methods for yield-stress fluids governed by integral constitutive laws

Ce MS est notamment soutenu par le projet ANR VPFlows (ANR-20-CE46-0006) et le pôle de recherche ClerVolc.

<https://vpflow.pages.math.cnrs.fr/anr/>

Contact : paul.vigneaux@math.cnrs.fr

Comparisons of numerical methods for yield stress fluids in complex geometry

Clément BERGER, UMPA - ENS de Lyon

The Bingham model is among the most popular models for the simulation of yield stress fluid flows. However the lack of smoothness of the resulting equations makes it numerically challenging to compute precise interfaces between the fluid and rigid zones, which are the crucial features of such flows. While the community has been considering regularized models for a long time in order to circumvent this difficulty, state-of-the-art methods now use the exact non-smooth equations formulated as variational inequalities, despite the numerical cost of their resolution.

In this talk, we compare different optimization methods to solve this problem, namely the well-known Augmented Lagrangian method - the first optimization method introduced in this context to solve the exact model - and the more recent proximal method FISTA - introduced for yield stress flows less than a decade ago. The compromises between precision and speed for the different methods are discussed, as well as details on the practical implementations, in particular the choice of the convergence criteria.

Projet soutenu par l'ANR VPFlows (ANR-20-CE46-0006) : <https://vpflow.pages.math.cnrs.fr/anr/>

Contact : clement.berger@ens-lyon.fr

Which models for granular flows in volcanology?

Laurent CHUPIN, Laboratoire Mathématiques Blaise Pascal - Clermont-Ferrand
Thierry DUBOIS, Laboratoire Mathématiques Blaise Pascal - Clermont-Ferrand

Pyroclastic flows are mixtures of gases and particles (fragments of solidified lava) caused by the collapse of a lava dome or eruptive column. These are extremely destructive phenomena that are known to propagate over long distances, even over almost flat terrain.

For several years now, in collaboration with geologists from the Laboratoire Magmas et Volcans (Clermont-Ferrand), we have been working on models to better understand these flows.

There are still many unresolved issues, and the problems are diverse :

- Why do these granular flows seem so fluid?
- What is the rheology of this type of material?
- What physics can account for expansion phenomena?
- Are the underlying mathematical models well posed?
- What numerical methods could be adapted to this kind of problem?

The work presented here corresponds mainly to that recently published in [1]. In this paper, a PDE model is proposed for mixtures of solid particles, at high volume concentration, and a gas.

The aim is to obtain a model with as many positive points as possible with respect to the aforementioned problems. We shall see that it is possible to obtain well-posed models (in terms of stability), which make physical sense both in terms of taking into account the fluidisation of these flows, expansion and the choice of rheology (around the law classically known as $\mu(I)$).

Finally, I will discuss the natural prospects for these models, namely the implementation of a well-adapted scheme and the realisation of a technical point of view.

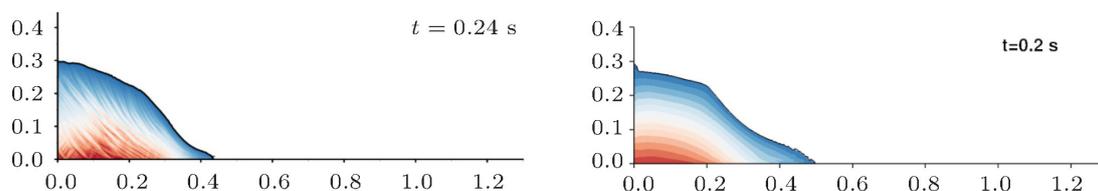


FIGURE 1 – These two simulations correspond to pressures measured in the collapse of a granular column. On the left, the model does not take fluidisation into account and instabilities are observed, whereas on the right, taking fluidisation into account limits these instabilities.

[1] L. Chupin, T. Dubois. *Non-isochoric stable granular models taking into account fluidisation by pore gas pressure*. Journal of Fluid Mechanics, **979**, A14, 2024. doi :10.1017/jfm.2023.1010.

Contact : Laurent.Chupin@uca.fr

A three-equation shallow-flow model for viscoplastic fluids. Application to the simulation of natural hazards

Danila DENISENKO, Univ. Grenoble Alpes, INRAE, IGE - Grenoble
Gaël Loïc RICHARD, Univ. Grenoble Alpes, INRAE, IGE - Grenoble
Guillaume CHAMBON, Univ. Grenoble Alpes, INRAE, IGE - Grenoble

Natural hazards such as wet snow avalanches or mud flows involve free-surface flows of yield-stress materials. Some of these phenomena could be considered as Herschel-Bulkley fluid flows. A new shallow-flow model for this type of material is derived with a consistent asymptotic method in order to simulate disaster events like a dam break upon an inclined topography. The development of the model is based on two steps. At first, the variables of the primitive equations are expanded up to the first order of accuracy both in the sheared and the pseudo-plug layers. A specific regularization¹ of the rheology is used [1], allowing us to implement a regular perturbation method in the whole domain. However, unlike in classical regularization methods, the material is here characterized by a true yield stress, with a perfectly rigid behavior below the yield point. The expansions thus built provide a smooth velocity field and show a good agreement with experimental data. In the second step, the mass, momentum and energy balance equations are averaged over the depth of the flow. This results to a fully hyperbolic model of three equations for the fluid depth, the average velocity, and a third variable named enstrophy related to the internal shearing of the flow. This model admits an exact work energy theorem. A dam break problem upon an inclined plane is simulated. It is found that the propagation of the fluid front after the dam break demonstrates three main regimes : an inertia-dominated regime, a plasticity-dominated regime, and final stoppage. Comparison with experimental results shows a good agreement, especially for the inertia-dominated regime and for the material shape after stoppage.

[1] D. Denisenko, G. Richard, G. Chambon. *A consistent three-equation shallow-flow model for Bingham fluids*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, **321**, 2023.

Contact : danila.denisenko@inrae.fr

Numerical methods for yield-stress fluids governed by integral constitutive laws

Timm TRESKATIS, Département de Mathématiques, TU Dortmund - Dortmund

Many phenomenological constitutive models for yield-stress fluids are formulated as a nonsmooth algebraic or differential equation, which links a stress tensor to the instantaneous rate of strain. This includes Bingham fluids, Herschel-Bulkley fluids and elastoviscoplastic extensions of these models, among others. State-of-the-art numerical methods for simulating flows of such fluids predominantly fall into two groups : algorithms based on nonsmooth convex optimisation and algorithms based on Newton's method.

In this talk, we consider microscopic material descriptions based on the mode-coupling theory for fluids, which at the molecular scale are composed of hard spheres. These constitutive laws are mathematically formulated as an integral equation for a stress tensor in terms of the fluid's deformation history. The strength of such, admittedly, rather complex microscopic models is that they can not only describe, but even physically explain non-Newtonian phenomena such as yielding from first principles. Their algorithmic treatment is, naturally, significantly more involved.

To solve the coupled system of Navier-Stokes equations and integral constitutive laws, we discuss a deformation fields method that keeps track of deformations at past times. We present a structure-preserving discretisation and iterative scheme for the full problem. Interestingly, classical phenomenological constitutive models can be recovered as limiting cases of the more complex microscopic description. This additionally allows us to study new algorithms that result for simple viscoplastic fluids after taking this limit.

Contact : timm.treskatis@tu-dortmund.de

Transport optimal et applications

Kimia NADJAHI, DI ENS - Paris

Le transport optimal est un problème mathématique formalisé au XVIIIème siècle et un domaine de recherche très actif aujourd’hui. Grâce aux progrès théoriques et computationnels réalisés au cours de ces dernières décennies, le transport optimal trouve de nombreuses applications dans diverses branches scientifiques. Il s’est en particulier révélé très utile pour l’apprentissage profond, l’inférence statistique, le traitement d’images, ou encore la génomique. Ce mini-symposium portera sur les dernières avancées en transport optimal, qui permettent une meilleure compréhension théorique mais aussi l’essor de nouvelles méthodologies et applications pratiques. Il vise à partager les connaissances dans ce domaine et à renforcer les collaborations à travers discussions et exposés invités.

Programme :

- Éloi Tanguy (Université Paris-Cité), “Propriétés d’Optimisation de la Distance de Sliced Wasserstein Discrète”
- Nina Vesseron (ENSAE), “On a Neural Implementation of Brenier’s Polar Factorization”
- Hugues Van Assel (ENS Lyon), “Distributional Reduction: Unifying Dimensionality Reduction and Clustering with Gromov-Wasserstein Projection”
- Geert-Jan Huizing (ENS Paris et Institut Pasteur), “Learning cell fate landscapes from spatial transcriptomics using Fused Gromov-Wasserstein”

Contact : knadjahi@di.ens.fr

Propriétés d'Optimisation de la Distance de Sliced Wasserstein Discrète

Eloi TANGUY, MAP5, Université Paris-Cité - Paris

La distance de Sliced Wasserstein (SW) est devenue une alternative courante à la distance de Wasserstein pour la comparaison des mesures de probabilité. Les applications répandues incluent le traitement d'images, l'adaptation de domaine et les modèles génératifs, où il est typique d'optimiser certains paramètres afin de minimiser SW, qui dans la pratique sert de fonction de perte entre des mesures de probabilité discrètes. Ces problèmes d'optimisation présentent tous le même sous-problème, qui consiste à minimiser la distance SW entre deux mesures discrètes uniformes avec le même nombre de points en fonction du support (c'est-à-dire une matrice de données) de l'une des mesures.

Après une présentation du Transport Optimal en dimension 1 et quelques détours par un problème de reconstruction de mesures discrètes à partir de projections, nous nous attaquerons aux propriétés de l'énergie définie par la distance de SW entre une mesure discrète dont nous varions le support, et une mesure discrète de référence. Nous étudions la régularité et les propriétés d'optimisation de cette énergie, ainsi que son approximation de Monte-Carlo (estimation de l'espérance de SW en utilisant des échantillons sur les projections), ainsi que les propriétés statistiques asymptotiques et non asymptotiques de l'approximation de Monte-Carlo. Enfin, nous montrons que dans un certain sens, les méthodes de descente de gradient stochastique minimisant ces énergies convergent vers des points critiques (généralisés), avec une extension à l'entraînement des réseaux neuronaux génératifs.

Contact : eloi.tanguy@u-paris.fr

On a Neural Implementation of Brenier's Polar Factorization

Nina VESSERON, ENSAE-CREST - Paris
Marco CUTURI, ENSAE-CREST Apple - Paris

In this talk, we delve into Brenier's theorem [1] that extends the polar decomposition from square matrices to vector field. Known as the polar factorization theorem, it asserts that any field $F : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$ can be recovered as the composition of the gradient of a convex function u with a measure-preserving map M , namely $F = \nabla u \circ M$. In [2], we propose a practical implementation of this factorization and explore possible uses within machine learning. The theorem is closely related to optimal transport (OT) theory, and we borrow from recent advances in the field of neural optimal transport to parameterize the potential u as an input convex neural network. The map M can be either evaluated pointwise using u^* , the convex conjugate of u , through the identity $M = \nabla u^* \circ F$, or learned as an auxiliary network. Because M is, in general, not injective, we consider the additional task of estimating the ill-posed inverse map that can approximate the pre-image measure M^{-1} using a stochastic generator. We illustrate possible applications of Brenier's polar factorization to non-convex optimization problems, as well as sampling of densities that are not log-concave.

- [1] Y. Brenier. *Polar factorization and monotone rearrangement of vector-valued functions*. Communications on pure and applied mathematics, **44(4)**, 375–417, 1991.
- [2] N. Vesseron, M. Cuturi. *On a neural implementation of brenier's polar factorization*, 2024.

Contact : nina.vesseron@ensae.fr

Distributional Reduction: Unifying Dimensionality Reduction and Clustering with Gromov-Wasserstein Projection

Hugues VAN ASSEL, ENS - Lyon Cédric VINCENT-CUAZ, EPFL - Lausanne

Nicolas COURTY, UBS - Vannes Rémi FLAMARY, X - Palaiseau
Pascal FROSSARD, EPFL - Lausanne Titouan VAYER, ENS - Lyon

Unsupervised learning aims to capture the underlying structure of potentially large and highdimensional datasets. Traditionally, this involves using dimensionality reduction methods to project data onto lower-dimensional spaces or organizing points into meaningful clusters. In practice, these methods are used sequentially, without guaranteeing that the clustering aligns well with the conducted dimensionality reduction. In this work, we offer a fresh perspective : that of distributions. Leveraging tools from optimal transport, particularly the Gromov-Wasserstein distance, we unify clustering and dimensionality reduction into a single framework called distributional reduction. This allows us to jointly address clustering and dimensionality reduction with a single optimization problem. Through comprehensive experiments, we highlight the versatility of our method on image and genomics datasets. See more in [1].

- [1] H. Van Assel, C. Vincent-Cuaz, N. Courty, R. Flamary, P. Frossard, T. Vayer. *Distributional reduction : Unifying dimensionality reduction and clustering with gromov-wasserstein projection*. arXiv preprint arXiv :2402.02239, 2024.

Contact : hugues.van_assel@ens-lyon.fr

Learning cell fate landscapes from spatial transcriptomics using Fused Gromov-Wasserstein

Geert-Jan HUIZING, Institut Pasteur, Université Paris Cité,
CNRS UMR 3738, Machine Learning for Integrative Genomics Group - Paris, France

Gabriel PEYRÉ, CNRS and DMA de l'École Normale Supérieure - Paris, France

Laura CANTINI, Institut Pasteur, Université Paris Cité,
CNRS UMR 3738, Machine Learning for Integrative Genomics Group - Paris, France

Spatial transcriptomics is an emerging technology that simultaneously measures the gene expression and the spatial location of cells within a tissue. This breakthrough offers new insights into neurodegenerative diseases, cancer, and development.

Recent studies collected spatial transcriptomics data at various time points, providing multimodal snapshots of a population of cells evolving in physical space and gene expression space. There is an urgent need for computational methods to reveal cell fate trajectories and drivers of differentiation from such spatiotemporal atlases.

Wasserstein gradient flows are a promising framework for analyzing cellular population dynamics across time. They provide a causal model of the evolution of cells according to a potential function. Recent works have learned neural potentials from observed gene expression snapshots. However, these methods are ill-equipped to handle the isometries characteristic of physical space.

Here, we propose a novel method to leverage spatial coordinates by employing a Fused Gromov-Wasserstein objective to learn a spatially informed potential. We benchmark our approach using large spatiotemporal atlases encompassing developmental and regenerative processes across three organisms : mice, zebrafish, and axolotls. We demonstrate superior spatial coherence compared to prevailing approaches, which use a Wasserstein objective.

Contact : geert-jan.huizing@pasteur.fr

Synthèse, restauration et manipulation de données par modèles génératifs et autoencodeurs

Alasdair NEWSON, ISIR - Paris

Aujourd'hui, les modèles génératifs et les autoencodeurs comptent parmi les réseaux de neurones les plus impressionnants et célèbres de l'apprentissage profond. Un modèle génératif sert à synthétiser des données complexes à partir d'un espace latent, dans lequel on tire des échantillons de variables aléatoires. Un autoencodeur, qui est une approche auto-supervisée, emploie également la notion d'espace latent, pour la génération de données, ou bien d'autres applications. Mis à part les capacités de génération de ces modèles, ce qui est très intéressant est la puissance de cet espace latent. En effet, dans cet espace de représentation, les données peuvent être manipulées et analysées plus facilement, ce qui se révèle utile pour beaucoup d'applications concrètes, telles que l'édition ou la restauration d'images. Cette session a pour but d'explorer plusieurs travaux sur les modèles génératifs et les autoencodeurs pour la synthèse, édition et restauration d'images.

Les orateurs sont :

- Antoine Houdard (Ubisoft Bordeaux) ;
- Gwilherm Lesné (Télécom Paris) ;
- Emile Pierret (Université d'Orléans) ;
- Jean Prost (Paris Cité) ;

Contact : anewson@isir.upmc.fr

Transport optimal pour l'apprentissage de modèles génératifs

Antoine HOUDARD, Ubisoft La Forge - Bordeaux

L'utilisation d'un coût de transport optimal pour l'apprentissage de modèles génératifs a été popularisé par les Wasserstein GANs (Generative Adversarial Networks). L'apprentissage d'un Wasserstein GAN nécessite de différentier le coût de transport optimal par rapport aux paramètres du modèle génératif. Dans cet exposé, nous fournissons des conditions suffisantes pour l'existence d'une formule de gradient dans deux cadres différents : le cas du transport optimal semi-discret (i.e. une distribution cible discrète) et le cas du transport optimal régularisé entropique [1]. À partir de cette formule du gradient, nous proposons un algorithme alternatif pour l'apprentissage d'un modèle génératif. Nous proposons une application de cette méthode à la synthèse de texture.

- [1] A. Houdard, A. Leclaire, N. Papadakis, J. Rabin. *On the gradient formula for learning generative models with regularized optimal transport costs*. Transactions on Machine Learning Research, 2023.

Contact :

Espace latent compact et sémantique pour l'édition désenchevêtrée d'images

Alasdair NEWSON, ISIR - Paris Gwilherm LESNÉ, LTCI - Palaiseau
Yann GOUSSEAU, LTCI - Palaiseau Saïd LADJAL, LTCI - Palaiseau

Les progrès récents dans le domaine des modèles génératifs, en particulier des réseaux antagonistes génératifs (GAN) et les modèles de diffusion, ont permis des avancées significatives pour l'édition contrôlée d'images. Cependant, malgré leur capacité à appliquer des modifications réalistes à une image, ces méthodes peinent souvent à permettre l'édition d'attributs indépendamment les uns des autres, autrement dit à *désenchevêtrer* ces attributs. Dans ce travail, nous proposons un réseau de neurones sous la forme d'un auto-encodeur latent afin d'améliorer cette caractéristique tout en permettant un contrôle des attributs. Plus précisément, nous proposons de structurer l'espace de représentation des images d'une manière compacte, de sorte à mettre en évidence des directions d'édition pour chaque attribut souhaité. Nous testons notre approche sur plusieurs modèles, dont la classique architecture StyleGAN et montrons sa capacité à éditer des attributs de visages ainsi qu'à désenchevêtrer ces derniers. De plus, comme conséquence directe de notre méthode, nous montrons la capacité de notre réseau à résoudre des problèmes inverses contrôlés ou effectuer de la génération conditionnelle.

Contact : gwilherm.lesne@telecom-paris.fr

Introduction aux modèles de diffusion et étude de leur restriction au cas gaussien

Émile PIERRET, Institut Denis Poisson - Orléans
Bruno GALERNE, Institut Denis Poisson - Orléans

Dans cet exposé, je présenterai les modèles de diffusion ou "score-based models" pour la génération d'images et plus spécifiquement le Denoising Diffusion Probabilistic Model (DDPM), introduit par Ho [1]. Ce modèle peut être interprété comme la mise en place d'une Equation Différentielle Stochastique (EDS)[2] qui vise à brouter une distribution de données puis à introduire une nouvelle EDS inverse pour pouvoir échantillonner selon cette distribution de données à partir d'une gaussienne standard. L'EDS inverse fait intervenir une fonction appelée "score", qui est approchée par un réseau de neurones. La qualité de cet échantillonneur peut être étudiée en évaluant les différents types d'erreur qui apparaissent dans son implémentation tels que la discrétisation de l'EDS et l'approximation de la fonction score. Je fournirai l'étude complète dans le cas très particulier où la distribution des données est supposée être gaussienne. Dans ce cas, le score peut être calculé et les approximations d'implémentation du modèle peuvent être évaluées précisément.

- [1] J. Ho, A. Jain, P. Abbeel. *Denoising diffusion probabilistic models*. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 33, pp. 6840–6851. Curran Associates, Inc., 2020.
- [2] Y. Song, J. Sohl-Dickstein, D. P. Kingma, A. Kumar, S. Ermon, B. Poole. *Score-based generative modeling through stochastic differential equations*, 2021.

Contact : emile.pierret@univ-orleans.fr

Résolution de problèmes inverses avec des autoencodeurs variationnels

Jean PROST, CRIStAL - Lille **Antoine HOUDARD**, Ubisoft - Bordeaux
Andrés ALMANSA, MAP5 - Paris **Nicolas PAPADAKIS**, IMB - Bordeaux

Dans cet exposé, on s'intéresse à la résolution de problèmes inverses en imagerie tel que le défloutage ou la super-résolution. Ces problèmes nécessitent typiquement de résoudre un problème d'optimisation afin de trouver l'image qui offre le meilleur compromis entre la fidélité à l'observation et le respect d'un modèle *à priori* de la solution. Pour définir le modèle *à priori*, on utilise un autoencodeur variationnel (VAE). Un VAE définit un modèle à variables latentes implémenté par un réseau de neurones profond, et peut ainsi modéliser des distributions de données complexes, telles que des images de grandes dimensions.

Pour définir un algorithme efficace, on propose d'optimiser un objectif "augmenté", qui inclut à la fois l'image et ses variables latentes. Cette approche nous permet d'employer un algorithme d'optimisation alterné, qui découple la régularisation dans l'espace latent, de l'attache aux données dans l'espace des images. On utilise l'encodeur du VAE afin d'avoir un algorithme efficace en temps de calcul. On montre comment l'algorithme peut s'étendre à des modèles de VAE hiérarchiques plus puissants, et comment on peut contrôler la force de la régularisation dans l'espace latent. On dérive aussi des conditions suffisantes sur le VAE pour garantir la convergence de l'algorithme sur un point fixe.

Expérimentalement, on montre que notre approche produit de meilleurs résultats que les méthodes concurrentes basées sur des GANs ou des modèles de diffusion, tout en étant plus rapide.

Les travaux présentés correspondent à l'article [1].

- [1] J. Prost, A. Houdard, A. Almansa, N. Papadakis. *Inverse problem regularization with hierarchical variational autoencoders*. In *Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision*, pp. 22894–22905, 2023.

Contact : jean.prost@centralelille.fr

Méthodes de frontières immergées I

Guillaume DELAY, LJLL - Paris

Fabien VERGNET, LJLL - Paris

La résolution numérique d'équations aux dérivées partielles dans des domaines dont la géométrie est complexe, non connue *a priori* ou qui se déforme au cours du temps, pose en général des difficultés liées à la gestion du maillage. En effet, l'approximation de solutions de problèmes aux limites ou de problèmes de transmission demande, classiquement, la construction de maillages conformes au domaine afin d'imposer les conditions limites ou les conditions aux interfaces de manière forte. Lorsque le domaine évolue au cours du temps, il est alors nécessaire à chaque pas de temps de modifier le maillage ou de remailler le domaine, ce qui peut s'avérer coûteux.

Les méthodes de frontières immergées ont été introduites afin de s'affranchir de cette limitation et de pouvoir considérer des maillages non conformes, voire structurés ou cartésiens. En contrepartie, un traitement particulier est nécessaire au niveau des frontières ou interfaces du domaine. Chaque traitement possible des conditions aux limites (ou aux interfaces) correspond à une méthode de frontières immergées différente.

Dans ce minisymposium, nous nous intéressons à diverses méthodes de frontières immergées (méthode de type domaine fictif, *Immersed boundary method*, *Shifted boundary method*, ϕ -*FEM*, *Smooth extension method*, etc.) en utilisant également différentes techniques de discrétisation (différences finies, éléments finis, ou autres méthodes non conformes). Les travaux présentés aborderont des questions de modélisation mathématique, d'analyse numérique et de calcul scientifique.

Liste des oratrices et orateurs :

- Guillaume Delay
- Aimene Gouasmi
- Romain Mottier
- Vanessa LLeras

Contact : guillaume.delay@sorbonne-universite.fr ou fabien.vergnet@sorbonne-universite.fr

Une méthode d'interface immergée pour résoudre le problème de Stokes de manière robuste par rapport à un saut de pression

Daniele CORTI, INRIA/LJLL - Paris

Guillaume DELAY, INRIA/LJLL - Paris

Miguel FERNÁNDEZ, INRIA/LJLL - Paris

Fabien VERGNET, INRIA/LJLL - Paris

Marina VIDRASCU, INRIA/LJLL - Paris

La résolution numérique de problèmes d'interaction fluide-structure comporte de nombreuses difficultés. Parmi celles-ci, on peut citer la déformation du domaine fluide au cours du temps, la gestion du couplage entre le fluide et la structure, ainsi que de potentiels contacts mécaniques entre structures. Pour une résolution par éléments finis, la méthode classique pour gérer l'évolution du domaine fluide au cours du temps consiste à déformer le maillage à chaque pas de temps [4]. Cependant cette méthode n'est pas efficace lorsqu'il faut déformer le maillage de manière trop importante, en particulier lorsque différentes structures entrent en contact. Dans ce cas, une méthode d'interface immergée semble être plus adaptée et permet de conserver le même maillage pour toute la simulation.

Cette dernière méthode comporte d'autres inconvénients. Par exemple, certaines propriétés de conservation de masse, qui sont naturellement assurées lorsque le maillage s'appuie sur l'interface, ne le sont plus nécessairement. De plus, on ne peut pas imposer des conditions de Dirichlet de manière forte sur cette interface. Une conséquence est que la solution obtenue pour la variable vitesse est plus sensible aux sauts de pression à travers l'interface.

Ce travail constitue une première étape vers la résolution numérique d'un problème d'interaction fluide-structure modélisant des valves cardiaques. Nous nous concentrons sur la méthode de résolution du fluide et nous considérons donc le problème de Stokes stationnaire avec une interface (représentant une valve). Nous proposons une méthode d'interface immergée. Pour imposer précisément les conditions de Dirichlet, nous utilisons un multiplicateur de Lagrange. De plus, nous ajoutons une contrainte scalaire pour préserver la masse du fluide à l'intérieur de chaque sous-domaine délimité par l'interface. Cette contrainte a déjà été considérée dans [3]. Ces deux ajouts permettent d'obtenir une bonne solution pour la variable vitesse malgré de forts sauts de pression.

Pour limiter le coût de résolution, nous nous contentons d'une méthode d'ordre bas P1-P1-P1 (vitesse-pression-multiplicateur). De plus, nous ne dédoublons pas les degrés de libertés dans chaque maille coupée (contrairement aux méthodes XFEM). La stabilité de ce schéma est garantie par l'ajout de termes de stabilisation : Brezzi-Pitkäranta [2] pour la pression et Barbosa-Hughes [1] pour le multiplicateur de Lagrange.

Nous présentons une analyse de ce schéma ainsi que des simulations numériques. Nous mettons en évidence le fait que l'ajout de cette contrainte permet de nettement améliorer la qualité de la solution.

- [1] H. Barbosa, T. Hughes. *The finite element method with Lagrange multipliers on the boundary : circumventing the Babuška-Brezzi condition*. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., **85(1)**, 1991.
- [2] F. Brezzi, J. Pitkäranta. *On the stabilization of finite element approximations of the Stokes equations*. Efficient solutions of elliptic systems, Friedr. Vieweg, Braunschweig, 1984.
- [3] T. Hisada, T. Washio. *Mathematical considerations for FSI simulations of heart valves (in japanese)*. Bulletin of the Japan Society for Industrial and Applied Mathematics, **16(2)**, 2016.
- [4] H. Hu, N. Patankar, M. Zhu. *Direct numerical simulations of fluid-solid systems using the arbitrary Lagrangian-Eulerian technique*. J. Comput. Phys., **169(2)**, 2001.

Contact : guillaume.delay@sorbonne-universite.fr

Reconstructions de flux conservatifs et analyse d'erreur a posteriori pour un problème d'interface discrétisé avec CutFEM

Daniela CAPATINA, Laboratoire de Mathématiques et leurs Applications de Pau - Pau
Aimene GOUASMI, Laboratoire de Mathématiques et leurs Applications de Pau - Pau

L'importance de la reconstruction des flux conservatifs à partir de solutions éléments finis primales d'un problème aux limites est largement reconnue dans la littérature. Une des applications de tels flux est l'analyse d'erreur a posteriori, où la différence entre le flux numérique et le flux reconstruit fournit un indicateur d'erreur fiable, qui peut être ensuite utilisé dans le raffinement adaptatif de maillage.

Nous nous intéressons à la reconstruction locale des flux conservatifs dans l'espace d'éléments finis de Raviart-Thomas RT_h^m pour des problèmes elliptiques d'interface avec des coefficients discontinus. Pour ce faire, notre choix s'est porté sur l'approche introduite dans [1] pour l'équation de Poisson, qui fournit un cadre unifié pour diverses méthodes d'éléments finis et ne nécessite la résolution d'aucun problème mixte. Nous avons d'abord traité, du point de vue théorique et numérique, le cas des maillages qui suivent l'interface dans [3]. Nous avons considéré des approximations par éléments finis conformes mais aussi non-conformes de degré quelconque (cf. [5]) et avons notamment étudié la robustesse de la reconstruction par rapport aux coefficients.

Dans cette présentation, nous considérons un problème de diffusion en présence d'une interface Γ non alignée avec le maillage. Les coefficients de diffusion ainsi que le flux physique sont discontinus à travers Γ . Les conditions de transmission sont traitées à l'aide de la méthode de Nitsche, et la prise en compte numérique de l'interface se fait par la méthode d'éléments finis coupés CutFEM cf. [2].

Dans un premier temps, en suivant [3] nous reconstruisons pour chaque sous-domaine Ω_i un flux σ_i dans l'espace $RT_h^m(\Omega_i)$. Cependant, le flux global défini par restriction ne respecte pas la condition de transmission sur l'interface. Concernant la propriété de conservation sur les éléments coupés, nous avons montré que la divergence de chaque flux σ_i est égale à une extension de la donnée f_i . Pour pallier ces inconvénients, nous reconstruisons dans un deuxième temps un flux dans l'espace *immersed Raviart-Thomas* IRT_h^0 de plus bas degré, introduit récemment dans [4]. Ce nouveau flux est naturellement conservatif et satisfait la condition de saut sur l'interface, mais il n'est que RT^0 par morceaux sur les mailles coupées ; en outre, ses traces normales sont faiblement continues à travers les arêtes coupées.

Enfin, nous proposons une autre reconstruction de flux dans l'espace $RT_h^m(\Omega)$, qui est donc globalement $H(\text{div}, \Omega)$ lorsque le saut du flux physique sur l'interface est nul. Nous utilisons ensuite ce flux pour définir un estimateur d'erreur a posteriori et montrons qu'il est robuste, fiable et efficace.

- [1] R. Becker, D. Capatina, R. Luce. *Local flux reconstructions for standard finite element methods on triangular meshes*. SIAM J. Numer. Anal., **54**(4), 2016.
- [2] E. Burman, P. Hansbo. *Fictitious domain finite element methods using cut elements : II. A stabilized Nitsche method*. Appl. Numer. Math., **62**, 2012.
- [3] D. Capatina, A. Gouasmi, C. He. *Robust flux reconstruction and a posteriori error analysis for an elliptic problem with discontinuous coefficients*. J. Sci. Comput., **98**(1), 2024.
- [4] J. Haifeng. *An immersed Raviart–Thomas mixed finite element method for elliptic interface problems on unfitted meshes*. J. Sci. Comput., **91**(2), 2022.
- [5] G. Matthies, L. Tobiska. *Inf-sup stable non-conforming finite elements of arbitrary order on triangles*. Numer. Math., **102**, 2005.

Contact : aimene.gouasmi@univ-pau.fr

Unfitted HHO method stabilized by polynomial extension for elliptic interface problems

Romain MOTTIER, CEA, DAM, DIF / CERMICS, Ecole des Ponts / SERENA Project-Team, INRIA - Paris

Alexandre ERN, CERMICS, Ecole des Ponts / SERENA Project-Team, INRIA - Paris

Erik BURMAN, Department of Mathematics, University College London - London

In this work, we propose the design and the analysis of a hybrid high-order (HHO) method on unfitted meshes. HHO methods rely on a pair of unknowns, combining polynomials attached to the mesh faces and the mesh cells [2]. In the unfitted framework, the interface can cut through the mesh cells in a very general fashion, and the polynomial unknowns are doubled in the cut cells and the cut faces [1]. In order to avoid the eventual ill-conditioning issues caused by the presence of small cut cells, the previously proposed unfitted HHO schemes were based on a cell agglomeration procedure. Here, the proposed formulation relies on polynomial extensions, a paradigm mainly explored in the continuous Galerkin (cutFEM) framework and extended to HHO methods in the present work. The idea with the polynomial extension is to use the degrees of freedom from the uncut or the well cut cells in the ill cut cells. In that way a modification of the stencil of the method is carried out while preserving the possibility of static condensation by maintaining a global problem coupling only the face unknowns. First theoretical and numerical results will be presented.

- [1] E. Burman, M. Cicuttin, G. Delay, A. Ern. *An unfitted hybrid high-order method for elliptic interface problems*. SIAM Journal on Scientific Computing, **43(2)**, 2021.
- [2] D. A. Di Pietro, A. Ern. *A hybrid high-order locking-free method for linear elasticity on general meshes*. Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg., **283**, 2015.

Contact : romain.mottier@enpc.fr

Méthode ϕ -FEM et quelques applications

Stéphane COTIN, INRIA MIMESIS - Strasbourg

Michel DUPREZ, INRIA MIMESIS - Strasbourg

Vanessa LLERAS, IMAG - Montpellier Alexei LOZINSKI, LMB - Besançon

Vincent VIGON, IRMA - Strasbourg

Killian VUILLEMOT, INRIA MIMESIS et IMAG - Montpellier

Dans cet exposé on fera un panorama de la méthode ϕ -FEM. Il s'agit d'une nouvelle méthode éléments finis non conforme qui permet d'éviter la génération coûteuse de maillages adaptés au domaine. Ainsi les maillages de calcul ne correspondent pas à la frontière du domaine et le domaine physique est immergé dans un domaine plus grand. L'innovation de notre méthode consiste à intégrer une fonction Level Set décrivant la géométrie de la structure dans le schéma éléments finis lui-même. Dans l'exposé, je présenterai le principe de la méthode pour différentes conditions aux bords [6, 2] en mettant en avant les gains substantiels en termes de précision et de temps de calcul. Nous verrons différentes applications illustrées par des résultats théoriques et des simulations numériques : mécanique des structures [1], écoulements particuliers [3], équation de la chaleur [5], combinaison avec des réseaux de neurones [4], passage aux différences finies.

- [1] S. Cotin, M. Duprez, V. Lleras, A. Lozinski, K. Vuillemot. *ϕ -FEM : An Efficient Simulation Tool Using Simple Meshes for Problems in Structure Mechanics and Heat Transfer*, chap. 7, pp. 191–216. Partition of Unity Methods, John Wiley & Sons, Ltd.
- [2] M. Duprez, V. Lleras, A. Lozinski. *A new ϕ -FEM approach for problems with natural boundary conditions*. Numer. Methods Partial Differential Equations, **39(1)**, 281–303, 2023.
- [3] M. Duprez, V. Lleras, A. Lozinski. *ϕ -FEM : an optimally convergent and easily implementable immersed boundary method for particulate flows and Stokes equations*. ESAIM Math. Model. Numer. Anal., **57(3)**, 1111–1142, 2023.
- [4] M. Duprez, V. Lleras, A. Lozinski, V. Vigon, K. Vuillemot. *ϕ -FEM-FNO : a new approach to train a neural operator as a fast pde solver for variable geometries*. soumis.
- [5] M. Duprez, V. Lleras, A. Lozinski, K. Vuillemot. *ϕ -FEM for the heat equation : optimal convergence on unfitted meshes in space*. Comptes Rendus Mathématiques, **361**, 1699–1710, 2023.
- [6] M. Duprez, A. Lozinski. *ϕ -FEM : a finite element method on domains defined by level-sets*. SIAM J. Numer. Anal., **58(2)**, 1008–1028, 2020.

Contact : vanessa.lleras@umontpellier.fr

Calcul des Variations et applications à la physique

Clément SARRAZIN, Centre Inria de l'Université de Lille - Lille
Marc PEGON, Laboratoire Paul Painlevé - Lille

Ce minisymposium vise à rassembler des jeunes chercheurs intéressés par le calcul des variations et ses applications, notamment à la physique théorique et la mécanique des milieux continus.

Orateurs :

- Élise Bonhomme
- Camille Labourie
- Rodrigue Lelotte
- Luca Nenna

Contact : marc.pegon@univ-lille.fr

Méthodes variationnelles appliquées à l'étude de modèles discrets en endommagement brutal

Elise BONHOMME, Université Libre de Bruxelles - Bruxelles

Dans cet exposé, je présenterai un modèle de la mécanique de l'endommagement brutal introduit par Francfort et Marigo [1]. L'objectif est d'étudier ce modèle dans différents régimes où la zone endommagée se concentre sur des ensembles de mesure nulle, et à identifier les modèles limites effectifs obtenus par analyse asymptotique basée sur la Γ -convergence des énergies totales, dans un cadre statique et discret en espace. Plus précisément, dans le contexte de l'endommagement brutal, nous considérons un matériau linéairement élastique dont la configuration de référence est $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, composé de deux phases pures : une phase endommagée dont les propriétés élastiques sont affaiblies, et une phase saine. Les propriétés élastiques des régions endommagée et saine sont décrites par leurs tenseurs d'élasticité $\mathbf{A}_0 < \mathbf{A}_1$ respectivement. En introduisant la fonction caractéristique de la zone endommagée $\chi \in L^\infty(\Omega; \{0, 1\})$, le modèle de Francfort-Marigo consiste à définir l'énergie totale associée à un champ de déplacements $u \in H^1(\Omega; \mathbb{R}^2)$ comme la somme de l'énergie élastique et d'une énergie de dissipation :

$$\mathcal{E}(u, \chi) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\chi \mathbf{A}_0 + (1 - \chi) \mathbf{A}_1) e(u) : e(u) dx + \kappa \int_{\Omega} \chi dx,$$

où $e(u) = \frac{\nabla u + \nabla u^T}{2}$ est le tenseur des déformations linéarisées et $\kappa > 0$ est la ténacité du matériau. Autrement dit, le coût à payer pour avoir endommagé une partie du matériau est proportionnel au volume de la zone endommagée. Ici, nous nous intéressons au comportement asymptotique de telles énergies dans des régimes où la zone endommagée est "petite", dans un cadre discret en espace en dimension 2. Nous introduisons des petits paramètres $\eta_\varepsilon > 0$ et $\varepsilon > 0$ dans la définition de l'énergie totale et nous restreignons l'ensemble des couples admissibles $(u, \chi) \in X_{h_\varepsilon}(\Omega)$ aux déplacements continus affines par morceaux et aux fonctions caractéristiques constantes par morceaux, adaptés à une triangulation commune du domaine, dont les côtés des triangles sont de longueur de l'ordre de h_ε . Les énergies d'endommagement brutal que nous considérons sont donc de la forme

$$\mathcal{E}_\varepsilon(u, \chi) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\eta_\varepsilon \chi \mathbf{A}_0 + (1 - \chi) \mathbf{A}_1) e(u) : e(u) dx + \frac{\kappa}{\varepsilon} \int_{\Omega} \chi dx \quad \text{si } (u, \chi) \in X_{h_\varepsilon}(\Omega),$$

de sorte que les propriétés élastiques de l'état endommagé, $\eta_\varepsilon \mathbf{A}_0$, dégènèrent vers 0 tandis que le caractère divergent de la ténacité $\kappa/\varepsilon \rightarrow +\infty$ force la zone endommagée à se concentrer sur des ensembles Lebesgue-négligeables. Dans cet exposé, je présenterai les différents modèles mécaniques obtenus asymptotiquement selon les taux de convergence $\alpha = \lim_{\varepsilon \searrow 0} \frac{\eta_\varepsilon}{\varepsilon} \in [0, +\infty]$ et $\beta = \lim_{\varepsilon \searrow 0} \frac{h_\varepsilon}{\varepsilon} \in [0, +\infty]$ (listés ci-dessous) et tenterai de faire passer quelques idées clés de leurs démonstrations (certains régimes constituent un travail en cours).

Régime	Modèle asymptotique
$\alpha = 0$ et $\beta \in (0, +\infty)$	rupture fragile
$\alpha = +\infty$ ou $\beta = +\infty$	élasticité linéaire
$\alpha = \beta = 0$	modèle trivial
$\alpha \in (0, +\infty)$ et $\beta = 0$	plasticité de Hencky
$\alpha, \beta \in (0, +\infty)$	entre plasticité et rupture fragile

Références

- [1] G. A. FRANCFORT, J.-J. MARIGO : Stable damage evolution in a brittle continuous medium, *Eur. J. Mech. A/Solids*, **12** (1993) 149–189.

Contact : elise.bonhomme@ulb.be

Sur la régularité des fractures fragiles en élasticité linéaire

Camille LABOURIE, LMO - Orsay

La fonctionnelle de Griffith a été introduite par Francfort et Marigo pour modéliser les états d'équilibre d'une fracture dans le cadre de l'élasticité linéaire. Soit Ω un ouvert borné de \mathbf{R}^N , qui représente la configuration de référence (sans fracture) d'un solide. On applique une déformation à la frontière du solide et on suppose que le matériau ne subit que des petites déformations avant de rompre (matériau fragile comme du verre ou de la céramique). Un état d'équilibre est défini comme un minimiseur de la fonctionnelle

$$\mathcal{G}(u, K) := \int_{\Omega \setminus K} |e(u)|^2 dx + \mathcal{H}^{N-1}(K),$$

parmi les paires (u, K) telles que $K \subset \Omega$ est un sous-ensemble $(N-1)$ -dimensionnel de Ω (la fracture), $u: \Omega \setminus K \rightarrow \mathbf{R}^N$ est une fonction lisse (un champ de déplacement) qui satisfait une condition de Dirichlet à la frontière $\partial\Omega$. La matrice $e(u) := (Du + Du^T)/2$ est la partie symétrique du gradient de u et $\mathcal{H}^{N-1}(K)$ dénote la mesure $(N-1)$ -dimensionnelle de K .

Le but de cet exposé est de présenter des résultats récents de régularité sur les minimiseurs de Griffith et, en particulier, un travail en collaboration avec A. Lemenant sur les limites par explosion et leur classification (partielle) dans le plan. À cette fin, on a développé une nouvelle approche pour démontrer la propriété de concentration uniforme de Dal Maso, Morel et Solimini dans le cas vectoriel.

The dual charge method for the multimarginal optimal transport with Coulomb cost

Rodrigue LELOTTE, CERMICS (Ecole des Ponts) - Paris (Champs-sur-Marne)

The multimarginal optimal transport occurs in statistical physics as well as in quantum chemistry, where it is used to describe strongly correlated electrons. In the recent years, efforts have been put into fashioning efficient numerical methods to solve this problem, which is notoriously hard to solve from a computational point of view. In this talk, I will introduce a specific discretisation, owing to the physical interpretation of the Kantorovich dual, to tackle this problem numerically in the case of Coulomb interaction.

Contact : rodrigue.lelotte@enpc.fr

An ordinary differential equation for entropic optimal transport and its linearly constrained variants

Joshua Zoen-Git HIEW, Department of Mathematical and Statistical Sciences,
University of Alberta - Edmonton

Luca NENNA, Laboratoire de mathématiques d'Orsay,
Université Paris-Saclay and ParMA (INRIA) - Orsay

Brendan PASS, Department of Mathematical and Statistical Sciences,
University of Alberta - Edmonton

We characterize the solution to the entropically regularized optimal transport problem by a well-posed ordinary differential equation (ODE). Our approach works for discrete marginals and general cost functions, and in addition to two marginal problems, applies to multi-marginal problems and those with additional linear constraints. Solving the ODE gives a new numerical method to solve the optimal transport problem, which has the advantage of yielding the solution for all intermediate values of the ODE parameter (which is equivalent to the usual regularization parameter). We illustrate this method with several numerical simulations. The formulation of the ODE also allows one to compute derivatives of the optimal cost when the ODE parameter is 0, corresponding to the fully regularized limit problem in which only the entropy is minimized.

Contact : luca.nenna@universite-paris-saclay.fr

La mécanique des fluides dans tous ses états : modélisation, aspects théoriques et numériques

Marguerite GISCLON, LAMA - Le Bourget du Lac

Adriana Valentina BUSUIOC, ICJ - Saint-Etienne

Nous proposons d'organiser un mini-symposium sur un thème toujours d'actualité : la mécanique des fluides. Le titre n'a pas été choisi au hasard et il est inspiré du groupe de travail "MathsInFluids" (<https://www-fourier.univ-grenoble-alpes.fr/lacavec/MathsInFluids/Programme2324.html>) organisé une fois par mois à l'ENS-Lyon, auquel une des deux co-organisatrices de ce mini-symposium participe. L'idée est de regrouper des chercheurs dont les thématiques sont issues de la mécanique des fluides afin de favoriser les échanges entre les communautés théoriques et appliquées. Ce mini-symposium s'inscrit dans les mêmes objectifs : inviter des collègues qui travaillent sur des aspects théoriques et d'autres qui travaillent sur des aspects appliqués. C'est le cas des deux co-organisatrices, l'une étant plus proche des problèmes appliqués, de la modélisation, l'autre travaillant d'un point de vue plus théorique.

L'environnement, les énergies renouvelables sont au cœur des préoccupations de la société actuelle. Nous nous efforcerons de présenter dans cette session un ensemble de points de vue différents sur la mécanique des fluides en lien avec les problématiques mentionnées ci-dessus. Nous mettrons l'accent sur l'océanographie, les fluides géophysiques, l'étude des vagues et de l'érosion causée par l'écoulement de l'eau. Les points de vue présentés iront de la modélisation à l'étude théorique d'équations issues de la mécanique des fluides en passant par la simulation numérique de telles équations.

Voici quelques questions mathématiques que l'on veut aborder lors de ce mini-symposium. Existe-t-il un lien entre une goutte d'eau et les tsunamis ? Les équations de Saint-Venant peuvent-elles décrire la propagation des vagues dans les zones de levée ? Sinon, le système de Boussinesq est-il mieux adapté ? Que peut-on dire sur les solutions faibles d'un tel système fortement stratifié ? Comment décrire d'un point de vue mathématique l'interaction vagues-structures et comment utiliser l'énergie des vagues ? Peut-on proposer un modèle mathématique décrivant l'érosion du sol sous l'effet de l'écoulement de l'eau ?

Les collègues qui aimeraient répondre à ces questions sont :

- Frédéric Charve, PR -LAMA Université Paris-Est Créteil :
"Asymptotiques cachées pour les solutions faibles du système de Boussinesq fortement stratifié"
- Arnaud Duran, MCF IUF - ICJ Université Claude Bernard Lyon 1 :
"Estimations d'énergie discrètes pour un modèle hyperbolique d'équations dispersives"
- Jiao He, MCF - Laboratoire de mathématiques d'Orsay Paris Saclay :
"Interaction vagues-structures "
- Pascal Noble, PR - Institut Mathématique de Toulouse :
"Modélisation et étude de la formation de motifs sur des terrains érodés par un fluide"

Contact : gisclon@univ-savoie.fr

Asymptotiques cachées pour les solutions faibles du système de Boussinesq fortement stratifié

Frédéric CHARVE, LAMA Université Paris-Est Créteil - Créteil

Il est connu que lorsque le nombre de Froude tend vers zéro, les solutions du système de Boussinesq fortement stratifié tendent vers celles d'un système de type Navier-Stokes à deux composantes (mais dépendant des trois variables d'espace). De manière surprenante ce système limite ne dépend pas de la diffusivité thermique $\nu' > 0$. Dans cet exposé nous expliquons comment modifier les données initiales pour obtenir un système limite dépendant aussi de ν' . On commencera par présenter le système étudié, puis on obtiendra formellement un système limite que l'on validera en choisissant des données initiales non conventionnelles. Ce système induit une structure qui nous permettra de séparer les solutions du système initial en deux parties que nous étudierons séparément. L'étude de la convergence nécessitera de nouvelles estimations de Strichartz.

Contact :

Discrete energy estimates for the LcT model with improved dispersive properties

Arnaud DURAN, Institut Camille Jordan & Institut Universitaire de France - Université Lyon 1
Gaël L. RICHARD, Institut des Géosciences de l'Environnement (IGE) - Université Grenoble Alpes

On propose ici une approche numérique pour un système hyperbolique d'équations dispersives pour la simulation des vagues côtières. Ce modèle bénéficie de propriétés dispersives améliorées et admet une équation de conservation de l'énergie exacte. Sur la base des travaux récents [2], ce système est dérivé avec une hypothèse de non-linéarité moyenne et implique un paramètre libre permettant d'améliorer les propriétés dispersives (dans l'esprit de [1]). Ce système contient les mêmes termes non-linéaires que les équations de Serre-Green-Naghdi à la limite où le nombre de Mach tend vers zéro. Le schéma proposé se base sur un splitting entre la partie hyperbolique et la partie relaxée contenant les termes dispersifs. La stabilité du schéma est assurée via la dissipation de l'énergie discrète spécifique à chacune de ces deux étapes.

- [1] P. Bonneton, F. Chazel, D. Lannes, F. Marche, M. Tissier. *A splitting approach for the fully nonlinear and weakly dispersive green-naghdi model*. *Journal of Computational Physics*, **230**, 2011.
- [2] G. L. Richard. *An extension of the boussinesq-type models to weakly compressible flows*. *European Journal of Mechanics / B Fluids*, **89**, 2021.

Contact : arnaud.duran@univ-lyon1.fr

Modélisation mathématique des films minces avec applications aux transferts de chaleur

Marguerite GISCLON, LAMA, CNRS UMR 5127 - USMB, Le Bourget-du-Lac

Un film liquide est une fine couche s'écoulant sur une paroi. Ce mécanisme peut apparaître sous l'effet de la gravité et de la viscosité. Ce sont les films tombants observés sur les vitres ou les trottoirs inclinés les jours de pluie. Notre situation représente une couche liquide mince qui s'écoule le long d'un plan chauffé et est décrite par les équations de Navier–Stokes incompressibles en prenant en compte la faible épaisseur de l'écoulement. Les avancées considérables de la modélisation des films liquides à l'aide de méthodes asymptotiques (développement “ondes longues”, méthode des “résidus pondérés”, approches “à la Saint-Venant”) ont permis d'obtenir des modèles fiables et quantitatifs pour les écoulements à surface libre modélisant par exemple des avalanches, la rupture des barrages. On s'intéresse donc à un modèle mathématique incluant la partie thermique afin de comprendre les effets d'échange de chaleur avec l'air ambiant. Les mouvements ondulaires et la présence d'ondes de grande amplitude intensifient les transferts thermiques avec l'air ambiant. Du fait de la complexité du phénomène (diversité des échelles : grande longueur des ondes, épaisseur fine du film liquide, échelle capillaire importante), la description des phénomènes à l'échelle du film liquide passe donc nécessairement par le développement de modèles mathématiques fiables et peu coûteux en temps de calcul.

Dans cet exposé, on présente une formulation consistante vis à vis de l'asymptotique “ondes longues”, c.à.d. vis à vis du développement par rapport au petit paramètre dit de film (rapport épaisseur du film sur longueur des ondes) ce qui est semblable à la formulation des équations en eaux peu profondes dites de Saint-Venant utilisées couramment en hydraulique fluviale. Elle prend en compte le couplage entre le transfert de chaleur et l'hydrodynamique. Les coefficients de tension de surface et la viscosité dynamique dépendent de la température du fluide. De plus, elle conserve l'hyperbolicité et le caractère conservatif des équations.

Contact : gisclon@univ-savoie.fr

Modélisation et étude de la formation de motifs sur des terrains érodés par un fluide

Julie BINARD, IMT - Toulouse Pierre DEGOND, IMT - Toulouse
Pascal NOBLE, IMT - Toulouse

Dans cet exposé, je présenterai une série de modèles pour l'évolution d'un terrain érodé par un fluide. L'objectif est de comprendre comment se forment les motifs sur une surface érodée comme des rivières, des canaux et des réseaux et leur évolution au cours du temps. Je mettrai ensuite en avant un modèle particulier portant sur la topographie z , la hauteur de fluide h et la concentration de sédiments dans le fluide. Je donnerai un résultat d'existence de solution et présenterai les résultats d'une étude de stabilité de certains états stationnaire. Enfin, je montrerai quelques simulations numériques du modèle et dresserai quelques perspectives. C'est un travail en collaboration avec Julie Binard et Pierre Degond (IMT) publié dans [1].

[1] J. Binard, P. Degond, P. Noble. *Well-posedness and stability analysis of a landscape evolution model*. Journal of Nonlinear Science, **34**(1), 2024.

Contact : noble@insa-toulouse.fr

Réseaux de neurones et résolution d'équations aux dérivées partielles

Michel DUPREZ, MIMESIS team, Inria Nancy - Grand Est, MLMS team - Strasbourg
Vanessa LLERAS, IMAG - Montpellier

Beaucoup de phénomènes physiques et chimiques sont modélisés grâce à des équations aux dérivées partielles. Celles-ci peuvent être simulées sur ordinateur grâce à des schémas numériques. L'utilisation du machine learning pour approximer les solutions des EDP est une nouvelle discipline émergente. En effet, la plupart des architectures de réseaux neuronaux peuvent être interprétées comme des schémas numériques [2]. Dans ce mini symposium, nous verrons les différents réseaux de neurones utilisés suivant les objectifs de résolution et leurs avantages. D'un côté, les méthodes basées sur le machine learning peuvent approximer la solution des EDP en minimisant le résidu ou l'énergie associée aux équations, sans utiliser les méthodes numériques traditionnelles d'approximation. Un des membres le plus populaire de cette classe de méthodes est PINNs [3]. D'autres techniques, quant à elles, exploitent le pouvoir d'approximation de l'apprentissage profond pour apprendre les opérateurs de solutions entre les espaces de fonctions, qui relient les termes sources aux solutions sous jacentes des équations [1].

Les orateurs sont :

- Invité 1 : Amaury Belières (Univ Strasbourg) nous présentera la combinaison de l'optimisation de forme avec des réseaux de neurones pour la minimisation de l'énergie de Dirichlet pour l'équation de Poisson.
- Invité 2 : Elie Bretin (INSA Lyon) nous présentera des nouvelles méthodes numériques efficaces basées sur les réseaux de neurones et la combinaison avec des schémas de splitting pour l'approximation de la courbure moyenne de surfaces orientées. Les réseaux de neurones utilisés sont basés sur la représentation par champ de phase des interfaces et approchent l'action des semi groupes d'opérateurs.
- Invité 3 : Guillaume Mestdagh (ENS Lyon) nous présentera la combinaison d'un réseau de neurones avec un problème de contrôle optimal pour l'hyperélasticité.
- Invité 4 : Killian Vuillemot (univ Montpellier et INRIA MIMESIS) nous détaillera la combinaison du Fourier Neural Operator avec une méthode non conforme basée sur les levels sets (appelée ϕ -FEM).

- [1] Z. Li, N. Kovachki, K. Azizzadenesheli, B. Liu, K. Bhattacharya, A. Stuart, A. Anandkumar. *Fourier neural operator for parametric partial differential equations*, ICLR 2021.
- [2] Y. Lu, A. Zhong, Q. Li, B. Dong. *Beyond finite layer neural networks : Bridging deep architectures and numerical differential equations*. In J. G. Dy, A. Krause, eds., *ICML*, vol. 80 of *Proceedings of Machine Learning Research*, pp. 3282–3291. PMLR, 2018.
- [3] M. Raissi, P. Perdikaris, G. E. Karniadakis. *Physics-informed neural networks : A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations*. *Journal of Computational Physics*, **378**, 686–707, 2019. doi :10.1016/j.jcp.2018.10.045.

Contact : michel.duprez@inria.fr
vanessa.lleras@umontpellier.fr

GEOMETRIC SHAPE OPTIMIZATION FOR DIRICHLET ENERGY WITH PHYSICS INFORMED AND SYMPLECTIC NEURAL NETWORKS

Amaury BELIERES FRENDO, IRMA - Strasbourg

Emmanuel FRANCK, IRMA, INRIA - Strasbourg

Victor MICHEL-DANSAC, IRMA, INRIA - Strasbourg

Yannick PRIVAT, IECL - Nancy

In this work, we are interested in optimizing the boundary of a given domain under a volume constraint, with respect to the solution of a partial differential equation. We focus on the numerical aspect of this question, and we propose to apply recent approaches based on neural networks. For simplicity, the problem under consideration is the minimization of the Dirichlet energy for the Poisson equation in \mathbb{R}^2 . We first quickly recall results on the mathematical analysis of this problem. We select physics-informed neural networks to approximate the solution of the Poisson equation in a given shape. To represent the shape with a neural network, we parametrize a volume-preserving transformation from an initial shape to an optimal one. Both processes are combined in a single optimization algorithm, which only relies on minimizing one physical loss function, the Dirichlet energy. We conclude with the presentation of the open source code and its numerical validation.

Contact : belieres@unistra.fr

Mouvement par courbure moyenne, réseaux de neurones et applications

Elie BRETIN, ICJ-INSA - Lyon
Simon MASNOU, ICJ-UCBL - Lyon

Denis ROLAND, ICJ - Lyon
Garry TERII, ICJ-UCBL - Lyon

De nombreuses applications en traitement d'images (débruitage, segmentation), en science des données (lissage de nuages de points, associations de formes), en sciences des matériaux (évolution des grains dans les alliages, croissance des cristaux) ou en biologie (modélisation cellulaire) nécessitent l'approximation de l'évolution d'interfaces géométriques telles que l'évolution par courbure moyenne. Dans ce contexte, la méthode des champs de phase, et notamment l'équation d'Allen Cahn, est un outil particulièrement efficace pour approcher l'évolution des surfaces orientées, mais les choses se révèlent beaucoup plus difficiles pour les surfaces non orientées.

L'exposé se concentre sur de nouvelles méthodes numériques basées sur des réseaux de neurones pour l'approximation du flot de courbure moyenne d'interfaces générales, orientées ou non. Pour apprendre la loi d'évolution correcte, nos réseaux sont entraînés sur des représentations implicites des évolutions exactes de l'interface. La structure des réseaux est très simple et s'inspire de schémas numériques utilisés pour la discrétisation de l'équation d'Allen-Cahn.

L'exposé présentera plusieurs applications qui illustrent l'intérêt de l'approche notamment pour le cas d'approximations des solutions du problème de Steiner et de Plateau.

Ces travaux sont publiés dans [1].

- [1] E. Bretin, R. Denis, S. Masnou, G. Terii. *Learning phase field mean curvature flows with neural networks*. Journal of Computational Physics, **470**, 111579, 2022. doi : <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2022.111579>.

Contact : elie.bretin@insa-lyon.fr

Contrôle optimal d'un réseau de neurones pour le recalage d'organe en temps réel en chirurgie augmentée

Stéphane COTIN, Équipe Inria Mimesis - Strasbourg

Guillaume MESTDAGH, Équipe Inria Mosaic - Lyon

Alban ODOT, Équipe Inria Mimesis - Strasbourg

Yannick PRIVAT, École des Mines de Nancy - Nancy

En chirurgie du foie assistée par ordinateur, des systèmes de réalité augmentée ont été développés pour aider le personnel du bloc opératoire à mieux visualiser la déformation des organes du patient. En effet, dans un cadre laparoscopique, le chirurgien interagit avec les organes indirectement à l'aide d'outils passés à travers la peau du patient, et cela rend la navigation difficile.

L'affichage d'une vue tri-dimensionnelle de l'organe déformé nécessite au préalable de calculer sa déformation en résolvant un problème de recalage élastique : un maillage représentant le foie dans sa configuration initiale est déformé pour épouser un nuage de point représentant une observation partielle de sa surface. Nous utilisons le formalisme du contrôle optimal pour traiter ce problème de recalage, car une telle formulation permet de décrire plus précisément la physique du problème, ce qui mène à des recalages de meilleure qualité [1].

Nous avons mis en place une méthode d'adjoint pour résoudre numériquement le problème. Toutefois, lorsqu'un modèle élastique non-linéaire est utilisé pour le foie, la résolution du problème direct (élasticité) par une méthode de Newton est long et peu commode. Impossible, dans ce cadre, de faire du recalage en temps réel.

Dans cet exposé, nous présentons une version accélérée de la méthode d'adjoint, dans lequel le problème d'élasticité est résolu au moyen d'un réseau de neurones [2]. Le réseau, un perceptron multi-couches, a été entraîné sur un ensemble de simulations par éléments finis utilisant un modèle néo-hookéen. Nous donnerons quelques informations sur le réseau et son intégration dans la méthode d'adjoint, et nous montrerons les premiers résultats obtenus avec la méthode d'adjoint accélérée. Bien qu'il reste quelques axes de progression, la méthode d'adjoint avec le réseau constitue une avancée non-négligeable vers un recalage de bonne qualité en temps réel.

[1] S. Cotin, G. Mestdagh, Y. Privat. *Organ registration from partial surface data in augmented surgery from an optimal control perspective*. Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences, **480(2281)**, 20230197, 2024. doi :10.1098/rspa.2023.0197.

[2] A. Odot, G. Mestdagh, Y. Privat, S. Cotin. *Real-time elastic partial shape matching using a neural network-based adjoint method*. In B. Dorronsoro, F. Chicano, G. Danoy, E.-G. Talbi, eds., *Optimization and Learning*, pp. 137–147. Springer Nature Switzerland, Cham, 2023.

ϕ -FEM-FNO: une nouvelle approche pour entraîner un opérateur neural à résoudre des EDP sur des géométries variables.

Michel DUPREZ, MIMESIS team, Inria - Strasbourg
Vanessa LLERAS, IMAG, Université de Montpellier - Montpellier
Alexei LOZINSKI, LMB, Université de Franche-Comté - Besançon
Vincent VIGON, IRMA, Université de Strasbourg - Strasbourg
Killian VUILLEMOT, IMAG, Université de Montpellier - Strasbourg

La méthode ϕ -FEM [2, 1] est une nouvelle approche éléments finis, proposée pour résoudre des équations aux dérivées partielles sur des domaines complexes, en utilisant des maillages non conformes. La méthode repose sur l'utilisation d'une fonction « level-set » ϕ définissant le domaine et sa frontière. Dans cet exposé, nous présenterons une combinaison de cette méthode et de techniques de machine learning, ici le « Fourier Neural Operator » [3]. Cette méthode, appelée ϕ -FEM-FNO, a été introduite afin de résoudre des problèmes physiques en temps-réel, avec une précision satisfaisante. Pour cela, l'opérateur est entraîné avec des données synthétiques en utilisant les fonctions définissant les équations à résoudre et les solutions correspondantes obtenues avec ϕ -FEM. Les premiers résultats sont très encourageants : sur deux cas tests, la méthode appliquée à l'équation de Poisson-Dirichlet sur différents types de formes aléatoires atteint quasiment la précision de la méthode éléments finis classique, en étant environ 100 fois plus rapide.

- [1] M. Duprez, V. Lleras, A. Lozinski. *A new ϕ -FEM approach for problems with natural boundary conditions*. Numer. Methods Partial Differential Equations, **39(1)**, 281–303, 2023. doi : 10.1002/num.22878.
- [2] M. Duprez, A. Lozinski. *ϕ -FEM : a finite element method on domains defined by level-sets*. SIAM J. Numer. Anal., **58(2)**, 1008–1028, 2020. doi :10.1137/19M1248947.
- [3] Z. Li, N. Kovachki, K. Azizzadenesheli, B. Liu, K. Bhattacharya, A. Stuart, A. Anandkumar. *Fourier neural operator for parametric partial differential equations*, ICLR 2021. doi : 10.48550/ARXIV.2010.08895.

Contact : killian.vuillemot@umontpellier.fr

Méthodes de frontières immergées II

Guillaume DELAY, LJLL - Paris

Fabien VERGNET, LJLL - Paris

La résolution numérique d'équations aux dérivées partielles dans des domaines dont la géométrie est complexe, non connue *a priori* ou qui se déforme au cours du temps, pose en général des difficultés liées à la gestion du maillage. En effet, l'approximation de solutions de problèmes aux limites ou de problèmes de transmission demande, classiquement, la construction de maillages conformes au domaine afin d'imposer les conditions limites ou les conditions aux interfaces de manière forte. Lorsque le domaine évolue au cours du temps, il est alors nécessaire à chaque pas de temps de modifier le maillage ou de remailler le domaine, ce qui peut s'avérer coûteux.

Les méthodes de frontières immergées ont été introduites afin de s'affranchir de cette limitation et de pouvoir considérer des maillages non conformes, voire structurés ou cartésiens. En contrepartie, un traitement particulier est nécessaire au niveau des frontières ou interfaces du domaine. Chaque traitement possible des conditions aux limites (ou aux interfaces) correspond à une méthode de frontières immergées différente.

Dans ce minisymposium, nous nous intéressons à diverses méthodes de frontières immergées (méthode de type domaine fictif, *Immersed boundary method*, *Shifted boundary method*, ϕ -*FEM*, *Smooth extension method*, etc.) en utilisant également différentes techniques de discrétisation (différences finies, éléments finis, ou autres méthodes non conformes). Les travaux présentés aborderont des questions de modélisation mathématique, d'analyse numérique et de calcul scientifique.

Liste des oratrices et orateurs :

- Niami Nasr
- Fabien Vergnet
- Héloïse Beaugendre

Contact : guillaume.delay@sorbonne-universite.fr ou fabien.vergnet@sorbonne-universite.fr

Une méthode de frontière immergée pour le problème inverse de la tomographie par impédance électrique

Jérémi DARDÉ, Institut de mathématiques de Toulouse - Toulouse

Niami NASR, Institut Camille Jordan - Saint-Étienne

Lisl WEYNANS, Institut de mathématiques de Bordeaux - Bordeaux

La tomographie par impédance électrique (EIT) est une technique d'imagerie non invasive visant à reconstruire la distribution de conductivité électrique à l'intérieur d'un domaine en appliquant des courants électriques au bord du domaine à des électrodes et en mesurant les tensions résultantes. Mathématiquement, le problème, connu sous le nom de problème de Calderón ou problème inverse de conductivité, est un problème inverse fortement mal posé. L'inconnue principale de ce problème inverse est la conductivité, mais des manques d'information pour d'autres variables telles que la forme géométrique du domaine dans lequel nous visons à reconstruire la conductivité, ainsi que les positions des électrodes, peuvent influencer la qualité de la reconstruction. Par conséquent, nous considérons le problème EIT avec une géométrie inconnue mobile [2].

La résolution d'un tel problème peut être coûteuse en termes de calcul, en particulier lors de l'utilisation de méthodes numériques qui nécessitent un maillage adapté à cause des étapes de remaillage. Pour éviter celles-ci, nous proposons une approche par méthode de frontière immergée (IBM) pour la résolution numérique du problème direct de la tomographie par impédance électrique suivant, où l'on cherche à trouver u le potentiel à l'intérieur du domaine Ω et $U = (U_1, \dots, U_M)$ le potentiel mesuré à travers les électrodes $E_m \subset \Omega$, $m \in \{1, \dots, M\}$, tel que,

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (\sigma \nabla u) = 0 & \text{dans } \Omega, \\ \sigma \partial_\nu u = 0 & \text{sur } E_c, \\ \sigma \partial_\nu u + \frac{1}{z_m}(u - U_m) = 0 & \text{sur } E_m, \text{ pour } m = 1, \dots, M, \\ \int_{E_m} \sigma \partial_\nu u \, ds(x) = I_m, & \text{pour } m = 1, \dots, M. \end{cases} \quad (1)$$

Ici, z_m représente l'impédance de contact entre les électrodes E_m et le bord.

Notre méthode de frontière immergée, similaire à celle décrite dans [1], permet l'utilisation d'un maillage cartésien sans nécessiter une discrétisation précise de la frontière, ce qui s'avère utile dans les situations où la frontière est complexe et/ou changeante. Nous démontrons la convergence de notre méthode et nous illustrons l'efficacité pour les problèmes directs et inverses en deux dimensions [3].

- [1] M. Cisternino, L. Weynans. *A parallel second order Cartesian method for elliptic interface problems*. Commun. Comput. Phys., **12(5)**, 2012. doi :10.4208/cicp.160311.090112a.
- [2] J. Dardé, N. Hyvönen, A. Seppänen, S. Staboulis. *Simultaneous recovery of admittivity and body shape in electrical impedance tomography : an experimental evaluation*. Inverse Probl., **29(8)**, 2013. doi :10.1088/0266-5611/29/8/085004.
- [3] J. Dardé, N. Nasr, L. Weynans. *Immersed boundary method for the complete electrode model in electrical impedance tomography*. Journal of Computational Physics, 2023.

Contact : niaminasr@gmail.com

Une méthode de frontière immergée basée sur la résolution d'un problème de contrôle optimal

Guillaume DELAY, LJLL - Paris

Fabien VERGNET, LJLL - Paris

Nous nous intéressons à une méthode à maillage non conforme de type contrôle optimal, initialement proposée dans [1] pour la résolution d'un problème de Dirichlet pour l'équation de Poisson à coefficient constant dans des géométries complexes. Dans ce contexte, le domaine de calcul est étendu à un domaine plus grand mais plus facile à mailler, comme c'est souvent le cas pour les méthodes de type domaine fictif. La principale difficulté réside alors dans la prise en compte de la condition aux limites sur la frontière qui n'est pas représentée par le maillage. La particularité de la méthode étudiée est d'introduire un terme source dans la région fictive du domaine afin d'imposer cette condition aux limites. Ce terme source, appelé "contrôle" dans la suite, est choisi de sorte à résoudre un problème des moindres carrés faisant intervenir la condition aux limites sur la frontière non représentée par le maillage. Un avantage de cette méthode est qu'elle ne nécessite pas de traitement particulier de l'interface et qu'elle peut être étendue à des systèmes d'équations aux dérivées partielles elliptiques couplées, comme un problème d'interaction fluide-structures avec des structures rigides immergées dans un fluide de Stokes [5] ou des problèmes de transmission elliptiques plus généraux (Poisson, Stokes, couplage Stokes-élasticité linéarisé) [4]. En contrepartie, nous verrons que la formulation du problème sous la forme d'un problème de contrôle optimal n'est pas bien posée, au sens qu'il peut exister plusieurs contrôles solutions du même problème des moindres carrés. Cela complique évidemment l'analyse numérique de cette méthode et, en particulier, il n'existe à notre connaissance aucun résultat de convergence en maillage pour le problème discrétisé.

Dans cet exposé, nous justifierons la validité de cette méthode dans le cas d'un problème de Dirichlet pour l'équation de Poisson et nous présenterons un résultat récent de convergence pour la solution du problème discrétisé par éléments finis. La preuve de ce résultat se base sur la régularisation du problème discret en ajoutant des termes de stabilisation consistants, inspirée des approches développées dans [2, 3] pour l'analyse numérique de problèmes elliptiques mal posés.

- [1] C. Atamian, Q. V. Dinh, R. Glowinski, J. He, J. Périaux. *Control approach to fictitious-domain methods. Application to fluid dynamics and electro-magnetics*. In *Proc. of the 4th International Symposium on DDM for PDEs*, pp. 275–309. SIAM, Philadelphia, 1991.
- [2] E. Burman. *Error estimates for stabilized finite element methods applied to ill-posed problems*. **352(7-8)**, 655–659.
- [3] E. Burman. *Stabilized finite element methods for nonsymmetric, noncoercive, and ill-posed problems. part II : Hyperbolic equations*. **36(4)**, A1911–A1936.
- [4] A. Decoene, S. Martin, F. Vergnet. *A smooth extension method for transmission problems*. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02146271v2>.
- [5] B. Fabrèges, L. Gouarin, B. Maury. *A smooth extension method*. *Comptes Rendus Mathématique*, **351(9)**, 361–366, 2013.

Contact : fabien.vergnet@sorbonne-universite.fr

Amélioration des méthodes de frontières immergées pour la simulation d'écoulements turbulents sur grilles cartésiennes

Benjamin CONSTANT, ONERA - Paris

Héloïse BEAUGENDRE, IMB - Bordeaux Stéphanie PÉRON, ONERA - Paris

Christophe BENOIT, ONERA - Paris

Dans ce travail, nous présentons les améliorations récentes d'une méthode de frontière immergée (IBM) pour la simulation d'écoulements turbulents compressibles sur des grilles cartésiennes. L'approche proposée permet d'éliminer les oscillations parasites à la paroi sur les coefficients de pression et de frottement. Les résultats sont comparés à une approche "body fitted" utilisant la même loi de paroi et montre que la frontière immergée, en escalier, fournit une solution lisse et comparable à la solution de référence. La méthode IBM a été modifiée pour adapter au nombre de Reynolds l'emplacement des points cibles et des points de forçage impliqués dans la reconstruction de la frontière immergée et l'imposition de la loi de paroi. Cette méthode est validée pour les régimes d'écoulement subsonique et transsonique. De nouvelles méthodes adaptatives sont actuellement étudiées pour la reconstruction en champ proche des forces aérodynamiques. Les développements récents proposés ont lieu pendant les étapes de pré- et de post-traitement et visent à accroître la précision de la méthode en régime stationnaire pour des géométries industrielles dans des configurations à forte portance. L'emplacement des points de forçage est optimisé avant la simulation, avec une hauteur de modélisation adaptative et locale qui tient compte de l'évolution de l'épaisseur de la couche limite turbulente, en particulier au niveau du bord d'attaque. L'extrapolation directe de la pression à la paroi est remplacée par des reconstructions de premier et second ordre utilisant des gradients de pression normaux interpolés sur un nouvel ensemble de points images éloignés de la zone modélisée. Cette étape intervient après la simulation et empêche la dégradation de la pression à la paroi en présence de fortes courbures ou de couches limites minces lors de l'utilisation de maillages limités en nombre de mailles pour des raisons de coûts de calcul. Les derniers développements ont été validés par la simulation d'écoulements turbulents subsoniques autour du profil NACA0012 et du profil tri corps 2D (2DMEA), avec des incidences d'écoulement de quinze et seize degrés respectivement. Les coefficients de pression et de frottement sont en excellent accord avec les résultats de la littérature et le calcul des coefficients de traînée et de portance est amélioré.

Contact : heloise.beaugendre@math.u-bordeaux.fr

Optimisation et Calcul des Variations

Clément SARRAZIN, Centre Inria de l'Université de Lille - Lille
Marc PEGON, Laboratoire Paul Painlevé - Lille

Ce minisymposium vise à rassembler des jeunes chercheurs intéressés par l'optimisation et le calcul des variations appliqué notamment au traitement d'images, des données et aux sciences de l'atmosphère.

Orateurs :

- Nicolas Clozeau
- Mathias Dus
- Hugo Malamut
- Maxime Sylvestre

Contact : marc.pegon@univ-lille.fr

Annealed quantitative estimates for the quadratic 2D-discrete random matching problem

Nicolas CLOZEAU, ISTA - Vienna Francesco MATTESINI, MPI - Leipzig

We study the following quadratic matching problem on the flat torus \mathbb{T}^2

$$\min_{\pi \in \Pi_{nm}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \pi_{ij} |X_i - Y_j|^2 \quad \text{with } \Pi_{nm} := \left\{ \pi \in [0, 1]^{n \times m} \mid \sum_{i=1}^n \pi_{ij} = \frac{1}{m} \text{ and } \sum_{j=1}^m \pi_{ij} = \frac{1}{n} \right\}, \quad (1)$$

between two families of random points $\{X_k\}_{1 \leq k \leq n}$ and $\{Y_k\}_{1 \leq k \leq m}$ (with $m \geq n$) that may possess correlations and that are identically distributed according to a density ρ that satisfies

$$\lambda \leq \rho \leq \Lambda \quad \text{for } \lambda, \Lambda > 0.$$

We are interested in approximating the minimizers of (1) in the regime $n, m \uparrow \infty$. Using the point of view of optimal transport, I will present a PDE approach for approximating the minimizers of (1) based on a formal linearisation of the Monge-Ampère equation; and explain how that can be made rigorous in a quantitative way. This is based on the publication [1].

- [1] N. Clozeau, F. Mattesini. *Annealed quantitative estimates for the quadratic 2d-discrete random matching problem*. Probability Theory and Related Fields, pp. 1–57, 2024.

Contact : nicolas.clozeau@ist.ac.at

Numerical solution of elliptic partial differential equation problems in high dimension using two-layer neural networks

Virginie EURLACHER, CERMICS - Champs-sur-Marne
Mathias DUS, CERMICS - Champs-sur-Marne

The aim of this work is to analyze numerical schemes using two-layer neural networks with infinite width for the resolution of the high-dimensional Poisson partial differential equation (PDE) with Neumann boundary condition. Using Barron's representation of the solution with a probability measure defined on the set of parameter values, the energy is minimized thanks to a gradient curve dynamic on the 2-Wasserstein space of the set of parameter values defining the neural network. Inspired by the work from Bach and Chizat [1], we prove that if the gradient curve converges, then the represented function is the solution of the elliptic equation considered. In contrast to previous works, the activation function we use here is not assumed to be homogeneous to obtain global convergence of the flow. Numerical experiments are given to show the potential of the method.

Link to the preprint : [ml_edp](#)

In addition, I will present some results about the efficiency of neural networks to solve elliptic eigenvalue problems in high dimension.

- [1] F. Bach, L. Chizat. *On the global convergence of gradient descent for over-parameterized models using optimal transport*. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 31. Curran Associates, Inc., 2018.

Contact : mathias.dus@enpc.fr

Transport optimal entropique : découpler l'entropie de la sous-optimalité

Maxime SYLVESTRE, Ceremade - Paris Hugo MALAMUT, Ceremade - Paris

Nous étudions le taux de convergence du coût de transport entropique en utilisant une technique de découplage de l'entropie et de la sous-optimalité. Que ce soit pour le coût quadratique ou plus généralement un coût vérifiant une condition de twist infinitésimal, nous obtenons une borne précise sur la sous-optimalité dans le cas de mesures absolument continues. Avec une technique similaire, nous avons aussi des résultats quantitatifs sur la convergence de la solution entropique vers le plan de transport optimal

Contact : hugo.malamut@dauphine.psl.eu

Computing the weak optimal transport with moment constraints via entropic regularization

Guillaume CARLIER, CEREMADE Dauphine PSL / Mokaplan Inria - Paris
Hugo MALAMUT, CEREMADE Dauphine PSL / Mokaplan Inria - Paris
Maxime SYLVESTRE, CEREMADE Dauphine PSL / Mokaplan Inria - Paris

The weak optimal transport introduced in [7] is an extension of optimal transport which takes the following form

$$\inf_{\pi \in \Pi(\mu, \nu)} \int c_x(\pi_x) d\mu$$

where $\pi = \mu \otimes \pi_x$ and c_x is a function defined over the probability measures. This formulation includes the entropic optimal transport and has multiple applications [2] such as the martingale optimal transport [3], vector quantile regression [4]. Duality attainment results have been obtained in the non entropic case [7][1]. We will show that dual attainment holds for costs of the form $c_x(p) = c_x^0(p) + 1 \int_{f(y)dp(y)=0} + \epsilon H(p | \nu)$ where c_x^0 is a Lipschitz (uniformly in x) for TV norm convex function, f is a vector valued function and $\epsilon \geq 0$. Moreover we derive regularity (at least L^∞) for the dual potentials. Which in turns grant quantitative stability result in the marginal and in ϵ by using a modified version of the block approximation [5]. Finally the convergence of the numerical scheme is proven and applications such as the Brenier-Strassen interpolation [6] are computed.

- [1] J. Backhoff-Veraguas, M. Beiglböck, W. Schachermayer, B. Tschiderer. *The structure of martingale benamou–brenier*, 2023.
- [2] J. D. Backhoff-Veraguas, G. Pammer. *Applications of weak transport theory*, 2020.
- [3] M. Beiglböck, P. Henry-Labordère, F. Penkner. *Model-independent bounds for option prices : A mass transport approach*, 2013.
- [4] G. Carlier, V. Chernozhukov, A. Galichon. *Vector quantile regression : An optimal transport approach*, 2015.
- [5] G. Carlier, V. Duval, G. Peyré, B. Schmitzer. *Convergence of entropic schemes for optimal transport and gradient flows*. SIAM Journal on Mathematical Analysis, **49(2)**, 1385–1418, 2017.
- [6] N. Gozlan, N. Juillet. *On a mixture of brenier and strassen theorems*. Proceedings of the London Mathematical Society, **120(3)**, 434–463, 2020. doi :10.1112/plms.12302.
- [7] N. Gozlan, C. Roberto, P.-M. Samson, P. Tetali. *Kantorovich duality for general transport costs and applications*. Journal of Functional Analysis, **273(11)**, 3327–3405, 2017.

Contact : maxime.sylvestre@dauphine.psl.eu

Modèles et asymptotiques pour les matériaux ferromagnétiques - I

Clémentine COURTÈS, IRMA - Strasbourg
Ludovic GODARD-CADILLAC, IMB - Bordeaux

Stéphane LABBÉ, LJLL - Paris

Ce mini-symposium, réparti sur deux sessions, est construit autour du projet ANR Mosaicof qui porte sur l'étude asymptotique des matériaux ferromagnétiques et la nature multi-physique des phénomènes associés (electromagnétisme, thermique, nano-physique, mécanique). Ce sont des matériaux aux propriétés multiples, particulièrement utilisés en micro-électronique pour la construction de systèmes de stockage de données à haute densité. Ils permettent un stockage qui soit fiable (stabilité des données stockées), rapide (lecture et écriture facile) et économe en énergie.

L'objectif de ce mini-symposium est de permettre à divers spécialistes du magnétisme de se rencontrer dans le cadre de présentations des dernières avancées de la recherche. Ces présentations porteront aussi bien sur les aspects relevant de la modélisation physique et de la simulation numérique des phénomènes magnétiques que sur les aspects théoriques et mathématiques. De nombreuses problématiques de la physique du magnétisme seront abordées, à savoir :

- La dynamique des fluides électro-magnétiques, ou des objets ayant des propriétés électro-magnétiques plongés dans un fluide.
- Le micro-magnétisme, c'est-à-dire les plus petites échelles du magnétisme, l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert (dérivée de la mécanique quantique).
- L'aimantation d'un matériau et son évolution (équations de Maxwell, phénomènes thermiques, propriétés ferromagnétiques, action mécanique et magnétostriction, etc...). Étude de phénomènes de transition, propriétés de stabilité et analyse asymptotique.
- L'influence de la géométrie du domaine sur son comportement magnétique (géométries fines, géométries complexes, optimisation de forme).

Mots clés : *structures ferromagnétiques, aimantation, dynamique des parois magnétiques, effets multi-physiques, magnétostriction, effets thermiques, géométries fines ou complexes, modélisation stochastique, mécanique des fluides magnétiques.*

Orateurs de la première session :

- **Philippe Gravejat** : About the dynamics of the Landau-Lifshitz equation.
- **Frédéric Hérau** : Semiclassical analysis of the Neumann Laplacian with constant magnetic field in three dimensions.
- **Antonin Monteil** : Magnetic skyrmions confined in a bounded domain.
- **Dimitri Cobb** : Temps de vie des solutions en magnétohydrodynamique idéale

Contact : stephane.labbe@sorbonne-universite.fr

About the dynamics of the Landau-Lifshitz equation

Philippe GRAVEJAT, Laboratoire Analyse, Géométrie, Modélisation - Cergy-Pontoise

In this talk we survey several results concerning dynamical aspects of the Landau-Lifshitz equation, including the derivation of two asymptotic regimes towards the Sine-Gordon and cubic nonlinear Schrödinger equations, as well as the orbital and asymptotic stability of solitons in the special case of the 1D equation with easy-plane anisotropy. This talk is based on joint works with André de Laire (University of Lille) [3, 4, 5], and by Yakine Bahri (British Columbia Investment) [1, 2].

- [1] Y. Bahri. *Asymptotic stability in the energy space for dark solitons of the Landau-Lifshitz equation*. Anal. PDE, **9(3)**, 645–697, 2016.
- [2] Y. Bahri. *On the asymptotic stability in the energy space for multi-solitons of the Landau-Lifshitz equation*. Trans. Amer. Math. Soc., **370(7)**, 4683–4707, 2018.
- [3] A. de Laire, P. Gravejat. *Stability in the energy space for chains of solitons of the Landau-Lifshitz equation*. J. Differential Equations, **258(1)**, 1–80, 2015.
- [4] A. de Laire, P. Gravejat. *The Sine-Gordon regime of the Landau-Lifshitz equation with a strong easy-plane anisotropy*. Ann. Inst. Henri Poincaré, Analyse Non Linéaire, **35(7)**, 1885–1945, 2018.
- [5] A. de Laire, P. Gravejat. *The cubic Schrödinger regime of the Landau-Lifshitz equation with a strong easy-axis anisotropy*. Rev. Mat. Iberoam., **37(1)**, 95–128, 2021.

Contact : philippe.gravejat@cyu.fr

Semiclassical analysis of the Neumann Laplacian with constant magnetic field in three dimensions

Frédéric HÉRAU, Laboratoire de Mathématiques Jean Leray - Nantes

We present results about the spectral analysis of the semiclassical Neumann magnetic Laplacian on a smooth bounded domain in dimension three. When the magnetic field is constant and in the semiclassical limit, we establish a five-term asymptotic expansion of the low-lying eigenvalues, involving a geometric quantity along the apparent contour of the domain in the direction of the field. In particular, we prove that they are simple. This is a joint work with Nicolas Raymond (Angers).

Contact :

Magnetic skyrmions confined in a bounded domain

Antonin MONTEIL, LAMA - Université de Créteil
Cyrill B. MURATOV, Università di Pisa -
Theresa M. SIMON, Universität Münster -
Valeriy V. SLASTIKOV, University of Bristol -

Skyrmions are particle-like topological singularities present in some ultrathin ferromagnets under some specific conditions. Their presence can be explained by a specific contribution to the micromagnetic energy, namely the Dzyaloshinskii-Moriya interaction (DMI), which favors rotation of the magnetization vector. We will present a simple model where the presence of a single skyrmion is forced by a degree one condition, and the confinement in a given bounded domain is guaranteed by a constant Dirichlet condition on the boundary. When the DMI strength - tuned by a small parameter - tends to zero, we will see that the energy minimizers concentrate at a point whose position minimizes a renormalized energy that we can compute explicitly for some simple domains.

Contact : antonin.monteil@u-pec.fr

Temps de vie des solutions en magnétohydrodynamique idéale

Dimitri COBB, HCM - Bonn

Francesco FANELLI, BCAM - Bilbao

Dans cet exposé, nous discuterons du temps de vie des solutions fortes pour la magnétohydrodynamique idéale incompressible. Nous nous intéresserons en tout particulier au cas de la dimension $d = 2$ et au régime des petits champs magnétiques, où nous montrerons que le temps de vie des solutions T_ϵ devient arbitrairement grand $T_\epsilon \rightarrow \infty$ lorsque le champ magnétique initial est arbitrairement petit $b_0 \sim \epsilon$.

Nous commencerons par présenter le modèle, qui a essentiellement une structure de système hyperbolique symétrique d'EDP quasi-linéaires (aux terme de pression près, qui est non-local). Cependant, appliquer la théorie hyperbolique classique ne dit rien sur le régime des faibles champs magnétiques.

Pour dépasser ce cadre, nous introduirons un changement de variable qui permet de symétriser le système, les variables d'Elsässer. Nous verrons que l'analyse passe naturellement par des estimations dans des espaces de Besov optimaux $B_{\infty,1}^1$, et qu'elle doit tirer avantage de la structure des non-linéarités.

Ces travaux ont été réalisés en collaboration avec Francesco Fanelli, et sont publiés dans les articles suivants.

1. D. Cobb et F. Fanelli, *Elsässer formulation of the ideal MHD and improved lifespan in two space dimensions*, J. Math. Pures Appl. (9) 169 (2023), pp. 189-236.
2. D. Cobb et F. Fanelli, *Symmetry breaking in ideal magnetohydrodynamics : the role of the velocity*, J. Elliptic Parabol. Equ. (2021).
3. D. Cobb, *Bounded solutions in incompressible hydrodynamics*, J. Funct. Anal., Vol. 286, 5, 2024, 110290.

Multiscale modelling and simulation of urban floods

Katia AIT-AMEUR, Inria, team LEMON / IMAG, Univ. Montpellier, CNRS - Montpellier
Antoine ROUSSEAU, Inria, team LEMON / IMAG, Univ. Montpellier, CNRS - Montpellier

Flooding is one of the most dangerous and frequent natural hazards, accounting for significant human and economic losses every year. Because of climate change effects, more frequent and intense extreme precipitation is expected to further increase the severity of this hazard. To mitigate the impact of floods on human lives and property, both preventive and emergency measures are required. Emergency measures are operations carried out just before, during, or after a flooding event. In those cases, real-time knowledge of the extent of the flood and the areas in danger is needed to execute counter-measures. Instead, preventive measures are operations aiming at reducing the possibility of a certain area being flooded. Shallow water models provide flow data from which hazard indicators may be derived with a satisfactory trade-off between model complexity and accuracy. Accurate simulations of urban floods are usually prohibitively expensive due to the small mesh sizes necessary for the spatial discretization of the urban geometry and the associated small time steps constrained by stability conditions.

For this reason, substantial research effort has been devoted to developing multiscale modelling approaches. Multiscale modelling involves two steps : (i) upscaling, whereby the flow problem of interest is solved over a coarse, or Low Resolution (LR) space-time grid, and (ii) downscaling, whereby the results of the LR model are used as a basis to reconstruct High Resolution (HR) variables and risk indicators. The interest of the approach lies in its computational efficiency : LR models are several orders of magnitudes as fast as HR models, and the downscaling process is usually computationally affordable.

In this session, the speakers will give an overview on these two modelling strategies : firstly on porous-like shallow water equations and some applications on realistic urban floods and then on downscaling strategies where the relationship between the Low Resolution and High Resolution fields is inferred via neural networks.

The speakers are :

- Antoine Rousseau (INRIA, LEMON team) : Upscaled shallow water models with porosity and associated numerical methods
- Sebastian Nash (Pontificia Universidad Catolica) : Porosity models for urban floods simulation in Santiago
- Mustapha Allabou (IMT, Université de Toulouse) : Reduction of the Shallow Water System by an Error Aware POD-Neural Network Method : Application to Floodplain Dynamics
- Katia Ait-Ameur (INRIA, LEMON team) : Downscaling shallow water simulations using artificial neural networks

Contact : katia.ait-ameur@inria.fr

Downscaling shallow water simulations using neural networks

Katia AIT-AMEUR, Inria, team LEMON / IMAG, Univ. Montpellier, CNRS - Montpellier

Luis MARTI, Inria Chile Research Center - Santiago, Chile

Antoine ROUSSEAU, Inria, team LEMON / IMAG, Univ. Montpellier, CNRS - Montpellier

Nayat SANCHEZ-PI, Inria Chile Research Center - Santiago, Chile

Gwladys TOULEMONDE, Inria, team LEMON / IMAG, Univ. Montpellier, CNRS - Montpellier

Urban flood simulations require the assessment of numerous indicators of different natures. Shallow water models provide flow data from which hydraulic variables may be derived with a satisfactory trade-off between model complexity and accuracy. However, such models remain too computationally demanding according to the level of detail required by an accurate meshing of the geometry. For this reason, substantial research effort has been devoted to developing multiscale modelling approaches. Multiscale modelling involves two steps :

- upscaling [3], whereby the flow problem of interest is solved over a coarse, or Low Resolution (LR) space-time grid,
- downscaling, whereby the results of the LR model are used as a basis to reconstruct High Resolution (HR) variables and risk indicators.

The interest of the approach lies in its computational efficiency : LR models are several orders of magnitudes as fast as HR models, and the downscaling process is usually computationally affordable. In an urban flooding context, the relationship between the Low Resolution and High Resolution fields can be inferred via neural networks.

In this work, we design a downscaling framework relying on statistical models to estimate HR hazard indicators from LR ones derived from upscaled flow simulations. The first analyses carried out in [1, 2] showed that this may yield fast and accurate estimates of the HR hazard indicators (water depth or norm of the unit discharge). A special effort is made to design physically relevant neural networks to fit realistic flow scenarios and evaluate the potential of these techniques when it is used in conjunction with upscaled flood models such as porosity models.

- [1] K. Bakong, V. Guinot, A. Rousseau, G. Toulemonde. *Downscaling shallow water simulations using artificial neural networks and boosted trees*. Discrete and Continuous Dynamical Systems - S, 16(2) :220–239, 2023.
- [2] J. Carreau, V. Guinot. *A pca spatial pattern based artificial neural network downscaling model for urban flood hazard assessment*. Advances in Water Resources, 147 :103821, 2021.
- [3] V. Guinot. *Multiple porosity shallow water models for macroscopic modelling of urban floods*. Advances in Water Resources, 37 :40–72, 2012.

Contact : katia.ait-ameur@inria.fr

Hybrid AI based reduction of the shallow water system for flood plain simulations

Mustapha ALLABOU, Institut de Mathématiques de Toulouse (IMT), INSA - Toulouse

Robin BOUCLIER, IMT & Institut Clément Ader (ICA), INSA - Toulouse

Pierre-André GARAMBOIS, INRAE - Aix-en-Provence

Jérôme MONNIER, Institut de Mathématiques de Toulouse (IMT), INSA - Toulouse

Reduced Order Models (ROMs) have been widely used to efficiently solve large-scale problems in many fields including computational fluid dynamics (CFD) [4]. ROMs techniques allow to replace the expansive Full Order Model (FOM), by a ROM that captures the essential features of the system while significantly reducing the computational cost.

In this work, we elaborate on and evaluate a new reduced basis method referred to as EA-POD-NN [2] for model reduction of the shallow water equations, which combines Proper Orthogonal Decomposition (POD) with Artificial Neural Networks (ANNs). The method begins with the POD technique to construct reduced bases from high-resolution solutions and then utilizes deep ANNs to learn associated coefficients in the reduced bases as it has been initially done in [3]. The method follows an offline-online strategy : the POD reduced basis, along with the training of the ANNs, are performed in an offline stage, enabling the surrogate model to be used for real-time predictions. The process is non-intrusive, as it does not require opening the high-resolution model code.

Here, the proposed method additionally takes into account the POD-based projection error, enabling the attainment of higher accuracy while preserving a limited number of POD modes, even in the delicate situation of non-linear advection-dominated flows. The approach allows for the limitation of the output dimension of the ANNs, thus enabling the use of smaller ANNs with fewer parameters, therefore a better interpretability and potentially smaller datasets. We further compare its performance with the original method, POD-NN derived in [3].

The developed method is evaluated on a real-world test case aimed at simulating inundation of the Aude river in Southern France, and relies on the open-source computational code DassFlow [1]. Results demonstrate that the proposed EA-POD-NN method provides satisfying accuracy for hydraulic variables such as water elevation and discharge. Overall, the method is promising for performing real-time simulations of floodplain dynamics in particular (but not only), offering a cost-effective approach for ROM of shallow water equations.

- [1] *Dassflow (data assimilation for free surface flows). open source computational software*. Project-team MathHydroNum (IMT/INSA Toulouse - INRAE Aix-en-Provence - ICUBE Strasbourg). <https://github.com/DassHydro>.
- [2] M. Allabou, R. Bouclier, P. A. Garambois, J. Monnier. *Reduction of the shallow water system by an error aware pod-neural network method : Application to floodplain dynamics*. submitted (revised version).
- [3] J. S. Hesthaven, S. Ubbiali. *Non-intrusive reduced order modeling of nonlinear problems using neural networks*. *Journal of Computational Physics*, **363**, 55–78, 2018.
- [4] A. Quarteroni, A. Manzoni, F. Negri. *Reduced basis methods for partial differential equations : an introduction*, vol. 92. Springer, 2015.

Contact : allabou@insa-toulouse.fr

Single Porosity Model: Exploring the Spatial Resolution Limits in Complex Urban Patterns

Sebastián NASH, Hydraulic and Environmental Engineering, PUC - Santiago
Cristián ESCAURIAZA, Hydraulic and Environmental Engineering, PUC - Santiago
Pascal FINAUD-GUYOT, INRIA, Equipe LEMON - Montpellier
Antoine ROUSSEAU, INRIA, Equipe LEMON - Montpellier
Wolfram JAHN, Mechanical and Metallurgical Engineering, PUC - Santiago

Urban floods pose a significant threat to human development due to their increasing frequency and intensity, often with limited reaction times for populations. The Porosity Nonlinear Shallow Water Equations (PNSWE) offer computational efficiency in modeling urban floods by employing coarse grids and representing topographic features through porosity, while compromising results accuracy. In the Single Porosity (SP) model, porosity accounts for the reduced storage section due to floodplain obstacles, incorporating a porosity gradient term to the momentum equations. However, little is known about the impact of grid size on accuracy, especially when using a porosity defined at the cell-level. In this study, we use the SP model with a cell-level porosity, while gradually increasing grid resolution from fine- to macro-scale. Comparative analysis against a fine-scale classical approach provides insights into the effect of grid size on accuracy, considering the typical street-width of the urban area for generalizability. Errors in flow depths, velocities, discharges, and flood risks are reported as functions of cell size to provide insights for appropriate mesh size selection. Results demonstrate that at the meso-scale, where cell size approximates the typical street-width, computational time is significantly reduced and main flow paths and hazards are captured, providing a good trade-off between accuracy and CPU time. At such a scale, porosity models at the cell-level prove effective in inducing flow directionality and capturing flow properties by means of the porosity gradient, enhancing real-time decision-making in early-warning systems. These findings underscore the importance of porosity models in rapidly assessing flow properties during flood events for informed decision-making.

Contact : sanash@uc.cl

Modélisation multi-échelle des inondations : nouveaux modèles et outils numériques

Vincent GUINOT, Hydrosciences Montpellier & Inria Lemon - Montpellier
Antoine ROUSSEAU, Inria Lemon & IMAG - Montpellier

Dans cet exposé, je présenterai deux techniques de réduction du coût de calcul des modèles numériques d'inondation.

La première [2, 4] est la paramétrisation à sous-échelle grâce à la modélisation de la porosité. Elle a été introduite par V. Guinot dans les années 2000 et est toujours au cœur de la production scientifique du LEMON. Elle permet de réduire le coût de la simulation grâce à des maillages plus grossiers, tandis que l'information sous-échelle est capturée par des pré-calculs sur la topographie du domaine.

La deuxième partie [3] de l'exposé sera consacrée aux grands modèles CFL permettant de traiter des maillages hétérogènes avec des schémas temporels explicites. L'idée principale est de prendre en compte les informations hydrauliques non seulement sur les cellules voisines d'une interface de flux, mais aussi de les rassembler à partir d'un domaine de dépendance prédéfini grâce à un processus de convolution. Cela permet d'obtenir des pas de temps beaucoup plus importants (et donc un coût de calcul réduit) sans modification du maillage ni perte de précision.

Ces deux fonctionnalités font partie du code SW2D-LEMON [1], développé à l'Inria et à l'Université de Montpellier.

- [1] J. G. Caldas Steinstraesser, C. Delenne, P. Finaud-Guyot, V. Guinot, J. L. Kahn Casapia, A. Rousseau. *Upscaled shallow water modeling with SW2D-Lemon for urban flood simulation*. In *EGU General Assembly 2021*. Virtual, France, 2021.
- [2] V. Guinot, C. Delenne, A. Rousseau, O. Boutron. *Flux closures and source term models for shallow water models with depth-dependent integral porosity*. *Advances in Water Resources*, **122**, 1–26, 2018.
- [3] V. Guinot, A. Rousseau. *Large CFL explicit scheme for one-dimensional shallow water equations*, 2023. Working paper or preprint.
- [4] S. Nash, C. Escauriaza, P. Finaud-Guyot, W. Jahn, A. Rousseau. *Single Porosity Model : Exploring the Spatial Resolution Limits in Complex Urban Patterns*. *Journal of Hydrology*, 2024.

Contact : antoine.rousseau@inria.fr

MINI SYMPOSIUM : MODÉLISATION, MÉTHODES NUMÉRIQUES ET APPLICATIONS EN OCÉANOGRAPHIE

Vincent DUCHÊNE¹, CNRS, Université de Rennes 1 - Rennes
 Arnaud DURAN^{2,3}, Institut Camille Jordan & Institut Universitaire de France - Lyon
Martin PARISOT⁴, INRIA - Bordeaux

¹ CNRS, Institut de Recherche Mathématique de Rennes, Université de Rennes 1, 35042 Rennes 35042
vincent.duchene@univ-rennes1.fr

² Institut Camille Jordan, Université Claude Bernard Lyon 1
 43 boulevard du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne cedex
arnaud.duran@math.univ-lyon1.fr

³ Institut Universitaire de France

⁴ Team CARDAMOM, Inria Bordeaux Sud-Ouest, 200 Avenue de la vieille tour, 33405 Talence cedex
martin.parisot@inria.fr

Mots-clés : modélisation mathématique et numérique, écoulements à surface libre, régimes bas-Froude, modèles stratifiés, stabilité numérique, déferlement, turbulence, modèles dispersifs.

Depuis plusieurs années, la compréhension des mécanismes hydrodynamiques en océanographie suscite un intérêt croissant au sein de la communauté scientifique. Devant les enjeux climatiques actuels (fréquence et intensité des événements extrêmes, montée des eaux, érosion, production d'énergie marine,...), la conception de modèles de prévision fiables et efficaces est devenue une nécessité de premier plan, que ce soit pour la simulation grande échelle ou en zone côtière.

Aujourd'hui de nombreux progrès ont été réalisés dans cette direction, à la fois en termes de modélisation mathématique, analyse et simulation numérique. En dépit de constants progrès techniques, la résolution directe des équations de Navier-Stokes reste toujours hors de portée d'un point de vue opérationnel. Dans ce contexte, l'intérêt se porte sur des modèles simplifiés, moins coûteux numériquement, avec notamment les modèles d'écoulements à surface libre. Dans la volonté constante de gagner en précision, en temps de calcul, ou bien d'étendre le domaine d'application, une grande variété d'approches a progressivement vu le jour ces dernières années. Ces travaux portent notamment sur l'étude de modèles avec stratification, l'inclusion des termes dispersifs, la modélisation de la turbulence, ou bien encore la mise en place de techniques d'hyperbolisation, et nécessitent bien souvent le développement de méthodes numériques dédiées. L'objectif de ce mini-symposium est de regrouper les différents membres de la communauté afin de faire le point sur les avancées les plus récentes en lien avec l'océanographie grande échelle et littorale. Les contributions couvriront un spectre assez large de spécialités (modèles, analyse et simulation numérique).

Ce Mini Symposium soutenu par le Réseau Thématique CNRS "Terre & Énergies".

Orateurs et oratrices confirmés :

- Mahieddine Adim - Université de Rennes.
- Chourouk El Hassanieh - Sorbonne Université.
- Ralph Lteif - INRIA Bordeaux.
- Alan Riquier - ENS, Paris.

Contact : martin.parisot@inria.fr

Approximating a continuously stratified hydrostatic system by the multi-layer shallow water system

Mahieddine ADIM, IRMAR - Rennes

Abstract : We consider the 1D multi-layer shallow water system with an additional regularizing, diffusive term motivated by the work of the oceanographers Gent and McWilliams on isopycnal mixing and eddy diffusivity (in the 90's) and which could be interpreted as a turbulence term. The goal is to establish a bridge between this system and the 1D continuously stratified system with a similar regularizing, diffusive term under the hydrostatic approximation. This is done by exploiting the structure of the regularized multi-layer shallow water system and finding an appropriate way to interpret the relation between the two systems. Once the dictionary that enables us to do this interpretation has been set up, the multi-layer system can be seen as a discretization of the continuously stratified system. We will show the convergence of the discrete solution to the continuous one as the number of layers tends to infinity, and we will provide an explicit convergence rate.

Contact : mahieddine.adim@univ-rennes.fr

Schémas cinétiques implicites pour Saint-Venant

Chourouk EL HASSANIEH, Inria, LJLL - Paris

Mathieu RIGAL, IMB - Bordeaux Jacques SAINTE-MARIE, Inria, LJLL - Paris

Dans cet exposé on va parler d'un schéma implicite en temps (basé sur solveur cinétique) pour l'approximation du système de Saint-Venant dans les cadres unidimensionnel et bi-dimensionnel [2]. Nous nous concentrons principalement sur le cas unidimensionnel pour des topographies plates et variables. On note que lors de l'utilisation d'un schéma implicite, comme dans le contexte du système de Saint-Venant, il est généralement nécessaire d'inverser un opérateur, souvent représenté par une matrice, à chaque pas de temps. Cependant, l'utilisation d'un solveur cinétique offre un meilleur scénario dans la mesure où nous disposons d'une expression explicite pour l'inverse de l'opérateur. On peut donc difficilement imaginer un schéma implicite avec un meilleur coût de calcul que celui d'un solveur cinétique. Le schéma cinétique implicite satisfait une inégalité d'entropie discrète sans aucune restriction sur le pas de temps (voir Fig 1), contrairement aux schémas explicites [1, 3]. La contrainte CFL requise par les schémas explicites est remplacée par des coûts de calcul qui nous amènent à évaluer l'intérêt pratique du schéma implicite par rapport à son homologue explicite.

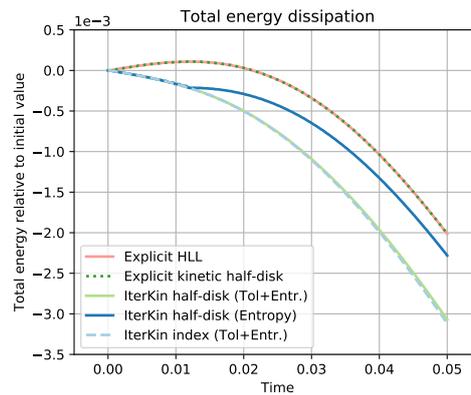


FIGURE 1 – Évolution de l'énergie totale relative obtenue pour différents schémas cinétiques explicites et itératifs.

- [1] E. Audusse, F. Bouchut, M.-O. Bristeau, J. Sainte-Marie. *Kinetic entropy inequality and hydrostatic reconstruction scheme for the Saint-Venant system*. *Mathematics of Computation*, **85(302)**, 2815–2837, 2016. doi :10.1090/mcom/3099.
- [2] C. El Hassanieh, M. Rigal, J. Sainte-Marie. *Implicit kinetic schemes for the Saint-Venant system*, 2023. <https://hal.science/hal-04048832>.
- [3] B. Perthame. *An introduction to kinetic schemes for gas dynamics*. In *An introduction to recent developments in theory and numerics for conservation laws. Proceedings of the international school, Freiburg/ Littenweiler, Germany, October 20–24, 1997*, pp. 1–27. Berlin : Springer, 1999.

Contact : chourouk.el-hassanieh@inria.fr

Une nouvelle classe de système de Boussinesq d'ordre supérieur/étendu pour des simulations numériques efficaces par opérateurs de "splitting"

Ralph LTEIF, Inria, Cardamom - Bordeaux

Stéphane GERBI, LAMA-USMB - Le Bourget du Lac

Dans cet exposé, nous considérons l'étude numérique d'un système de type Boussinesq d'ordre supérieur/étendu décrivant la propagation des ondes de surface sur une topographie non variable. Une reformulation du même ordre de précision évitant le calcul de dérivées d'ordre élevé sur la déformation de surface est proposée. Nous montrerons que cette formulation bénéficie d'un domaine d'applicabilité étendu tout en restant stable. De plus, une amélioration significative en termes de propriétés de dispersion linéaire en régime haute fréquence est réalisée grâce à l'ajustement approprié d'un paramètre de correction de dispersion. Nous développerons un schéma de "splitting" du second ordre dans lequel la partie hyperbolique du système est traitée avec un schéma de volumes finis d'ordre élevé et la partie dispersive est traitée avec une approche par différences finies. Nous présenterons plusieurs simulations numériques afin de valider le modèle et les méthodes numériques et d'évaluer le besoin potentiel d'un tel modèle d'ordre supérieur. L'applicabilité du modèle proposé et de la méthode numérique à des problèmes pratiques est illustrée par une comparaison avec des données expérimentales [1].

- [1] R. Lteif, S. Gerbi. *A new class of higher-ordered/extended boussinesq system for efficient numerical simulations by splitting operators*. Applied Mathematics and Computation, **432**, 127373, 2022. doi :<https://doi.org/10.1016/j.amc.2022.127373>.

Contact : ralphlteif_90@hotmail.com

Éléments finis pour les vagues océaniques déferlantes et limite de grand nombre de Reynolds

Alan RIQUEIER, DMA, ENS-PSL - Paris

Emmanuel DORMY, DMA, ENS-PSL, CNRS - Paris

Dans cette présentation nous discutons une approche numérique pour la simulation de vagues déferlantes. L'équation de Navier-Stokes bidimensionnelle à surface libre est résolue par la méthode des éléments finis. L'interface est advectée de façon lagrangienne. La méthode a été implémentée à l'aide de FreeFem [2]. La parallélisation a été conduite à l'aide de méthodes de décomposition de domaine et une multi-grille géométrique.

Ce code a été utilisé pour l'étude de la forme d'une déferlante lorsque la viscosité diminue [3]. Un exemple de résultat est visible en figure 1. Remarquer que les effets visqueux semblent se concentrer proche de la crête de la vague. Une comparaison avec la solution de l'équation d'Euler est possible, avec l'aide du code de [1]. La convergence de la solution visqueuse est alors établie pour cette donnée initiale. La méthode nous permet, par ailleurs, de discuter l'apparition d'une couche limite visqueuse sous l'interface eau-air et de la relier à la régularisation de l'interface (baisse de la courbure).

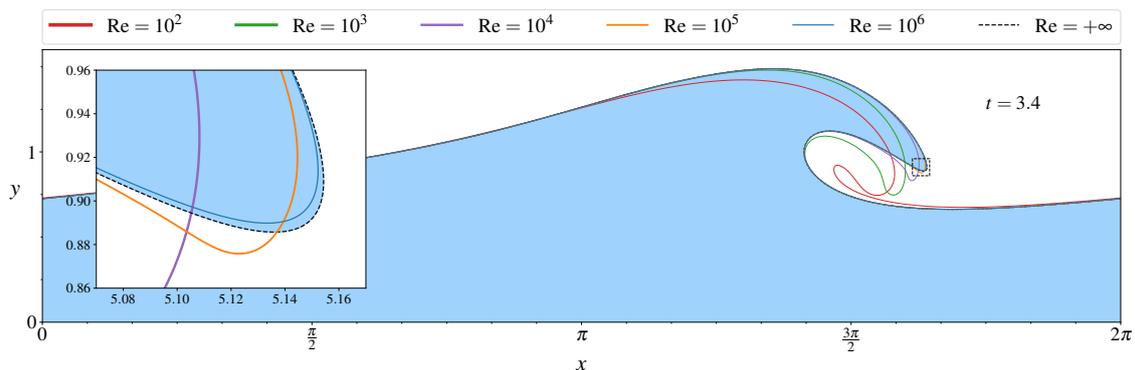


FIGURE 1 – Forme d'une déferlante pour une même condition initiale irrotationnelle lorsque le nombre de Reynolds est changé [3]. $Re = +\infty$ correspond à la solution de l'équation d'Euler avec la même donnée initiale, calculée à l'aide de la méthode de [1].

- [1] E. Dormy, C. Lacave. *Inviscid water-waves and interface modeling*. *Quart. Appl. Math.*, 2024. doi :10.1090/qam/1685. In press, available online.
- [2] F. Hecht. *New development in freefem++*. *J. Num. Math.*, **20(3-4)**, 251–266, 2012. doi : doi :10.1515/jnum-2012-0013.
- [3] A. Riquier, E. Dormy. *Numerical study of a viscous breaking water wave and the limit of vanishing viscosity*. *J. Fluid Mech.*, **984**, R5, 2024. doi :10.1017/jfm.2024.208.

Contact : alan.riquier@ens.psl.eu

AMIES et le réseau MSO-DE

Jérôme LELONG, Grenoble INP - UGA / LJK et AMIES - Grenoble

AMIES est une initiative de l'Institut National des Sciences Mathématiques et de leurs Interfaces (INSMI) du CNRS. Elle fait suite à un ensemble de réflexions menées en France notamment sous l'impulsion des sociétés savantes (SFdS, SMAI et SMF) qui aboutissent toutes au constat d'un besoin urgent de promouvoir les interactions entre les mathématiciens, professionnels et étudiants, et le monde de l'entreprise. Le projet AMIES, piloté par l'INSMI en partenariat avec l'Université Grenoble Alpes et INRIA, a été labellisé comme Laboratoire d'Excellence au printemps 2011 dans le cadre du Programme Investissement d'Avenir. Une Unité Mixte de Service CNRS-UGA, devenue aujourd'hui UAR, a été créée le 1er Juin 2011 pour agir comme support à ce LabEx.

Au niveau national, le réseau MSO-DE fédère les structures qui développent, localement, des relations entre partenaires socio-économique et équipes de recherche en mathématiques. Ce réseau bénéficie du soutien du CNRS et d'Inria et est animé par AMIES. Il a vocation à accueillir toute structure de proximité facilitant le transfert de compétences entre entreprises et mathématiciens. Il compte actuellement 13 membres qui, à la suite de la toute première maison MSO, MaiMoSiNE, se lancent dans l'aventure des collaborations Maths-Entreprise.

Après avoir rappelé les principaux programmes d'AMIES, nous présenterons plus en détail quelques nœuds du réseau MSO-DE. Au cœur de ces présentations, nous mettrons en avant deux actions d'AMIES et du réseau MSO-DE :

- une volonté d'ouverture à d'autres partenaires socio-économiques que les entreprises, comme les associations, certaines agences publiques ou encore les collectivités
- La création d'un réseau d'ingénieurs *Recherche & Innovation* pour participer aux collaborations au sein du réseau MSO-DE.

Cette session inclut 3 présentations qui seront données par :

- Jérôme Lelong : présentation d'AMIES
- Stéphane Labbé : Relation avec les entreprises, l'expérience Summit.
- Girault Gnanguenon Guesse : Présentation et activités récente de l'Agence Lebesgue de Mathématiques pour l'innovation.

Contact : jerome.lelong@univ-grenoble-alpes.fr

Présentation d'AMIES

Jérôme LELONG, LJK - AMIES - Grenoble

AMIES est une initiative de l'Institut National des Sciences Mathématiques et de leurs Interfaces (INSMI) du CNRS. Elle fait suite à un ensemble de réflexions menées en France notamment sous l'impulsion des sociétés savantes (SFdS, SMAI et SMF) qui aboutissent toutes au constat d'un besoin urgent de promouvoir les interactions entre les mathématiciens, professionnels et étudiants, et le monde de l'entreprise. Le projet AMIES, piloté par l'INSMI en partenariat avec l'Université Grenoble Alpes et INRIA, a été labellisé comme Laboratoire d'Excellence au printemps 2011 dans le cadre du Programme Investissement d'Avenir. Une Unité Mixte de Service CNRS-UGA, devenue aujourd'hui UAR, a été créée le 1er Juin 2011 pour agir comme support à ce LabEx. Pour la période 2025-2032, AMIES devient un LabEx de l'IDEX Université Grenoble Alpes.

Au niveau national, le réseau MSO-DE fédère les structures qui développent, localement, des relations entre partenaires socio-économique et équipes de recherche en mathématiques. Ce réseau bénéficie du soutien du CNRS et d'Inria et est animé par AMIES. Il a vocation à accueillir toute structure de proximité facilitant le transfert de compétences entre entreprises et mathématiciens. Il compte actuellement 13 membres qui, à la suite de la toute première maison MSO, MaiMoSiNE, se lancent dans l'aventure des collaborations Maths-Entreprise.

Après avoir rappelé les principaux programmes d'AMIES, nous mettrons en avant trois actions d'AMIES :

- Une volonté d'ouverture à d'autres partenaires socio-économiques que les entreprises, comme les associations, certaines agences publiques, collectivités ou encore les CHU.
- La création d'un réseau d'ingénieurs *Recherche & Innovation* pour participer aux collaborations au sein du réseau MSO-DE.
- L'appel *Postdoc Passerelle* qui vise à permettre aux docteurs ayant récemment soutenu une thèse en mathématiques sur un sujet théorique d'ajouter une dimension plus appliquée à leurs compétences.

Contact : jerome.lelong@univ-grenoble-alpes.fr

Relation avec les entreprises, l'expérience Summit

Stéphane LABBÉ, Laboratoire Jacques-Louis Lions et Summit, Sorbonne Université - Paris

Le premier janvier 2021, l'Unité de Services Mutualisée Summit (Sorbonne Université Maison des Modélisations Ingénieries et Technologies) était créée sous l'impulsion de Sorbonne Université. Structure opérant au niveau de Sorbonne Université, Summit est également un outil au service de l'Alliance Sorbonne qui regroupe plusieurs établissements (SU, Le Museum d'Histoire naturelle, l'Insead, l'UTC, Le Pôle Supérieur d'enseignement artistique Paris Boulogne-Billancourt et France Éducation International). L'objectif de Summit est de favoriser le rayonnement des réalisations de recherche des établissements au travers des collaborations avec des partenaires du monde socio-économique. Depuis trois années maintenant, Summit développe un modèle de fonctionnement ayant pour objectif de faciliter ces relations entre monde universitaire et monde socio-économique ; cette présentation sera l'occasion de faire un point sur le chemin parcouru.

Dans un premier temps, nous présenterons quelques réalisations de Summit et donnerons un aperçu de l'activité sur ces trois premières années. Ensuite, nous nous concentrerons sur le développement de Summit, les choix effectués quant à son fonctionnement, son organisation, dans le contexte universitaire et nous aborderons également la stratégie mise en place pour tenir les objectifs que nous nous sommes fixés.

Enfin, dans une dernière partie, en guise de conclusion, nous évoquerons les atouts que pourrait titrer la communauté du développement du réseau MSO de notre point de vue.

Contact : stephane.labbe@sorbonne-universite.fr

Agence Lebesgue de Mathématiques pour l'innovation : présentation et activités récentes

Girault GNANGUENON, Agence Lebesgue - Nantes

Lise BELLANGER, Laboratoire de Mathématiques Jean Leray (UMR 6629) - Nantes

Valérie MONBET, Institut de Recherche Mathématique de Rennes (UMR 6625) - Rennes

L'Agence Lebesgue de Mathématiques pour l'Innovation est une émanation du labex Centre Henri Lebesgue (CHL) regroupant les laboratoires bretons-ligériens, dédiée aux relations mathématiques-entreprises. Elle a été créée en 2016 et a pour mission de promouvoir, faciliter et développer les relations entre les mathématiciens, les scientifiques des autres sciences et les entreprises afin de favoriser l'innovation et le développement. Depuis sa création, l'Agence Lebesgue a mené à bien de nombreux événements grands publics et collaborations scientifiques. En septembre 2023, mon recrutement en tant qu'ingénieur transfert, financé par l'AMIES, a permis d'accélérer les interactions avec le monde socio-économique.

Au cours de cet exposé, je présenterai les activités récentes de l'Agence Lebesgue en dressant un panorama des collaborations industrielles menées et des événements organisés ; puis j'évoquerai l'expérience de ces premiers mois passés au sein de l'Agence en tant qu'un ingénieur transfert.

Contact : lise.bellanger@univ-nantes.fr ; valerie.monbet@univ-rennes.fr

Méthodes multi-échelles pour les EDP

Loïc BALAZI, CEA Saclay, CMAP (Ecole Polytechnique) - Saclay

Frédéric LEGOLL, Laboratoire Navier (ENPC) - Marne la Vallée

Pascal OMNES, CEA Saclay - Saclay

Ce mini-symposium est motivé par le fait que les méthodes numériques dédiées aux problèmes multi-échelles ont connu un très grand développement ces dernières années. De plus, pour décrire des phénomènes multi-échelles complexes, on fait appel de plus en plus souvent à des modélisations aléatoires. L'objectif du mini-symposium est de discuter les avancées récentes dans ces deux directions.

Les orateurs sont :

- Loïc Balazi : il nous parlera de la méthode des éléments finis multi-échelles pour les écoulements incompressibles.
- Nicolas Clozeau : il nous parlera d'une méthode optimale pour le calcul du champ électrique généré par une charge localisée, en milieu aléatoire corrélé.
- Albéric Lefort : il nous parlera de la méthode des éléments finis multi-échelles pour les équations de réaction-diffusion.
- Simon Ruget : il nous parlera de problèmes inverses dans un cadre multi-échelle.

Contact : balazi.loic@gmail.com

Optimal computational boundary conditions for linear elliptic equations in random media

Nicolas CLOZEAU, ISTA - Vienna
Lihan WANG, Carnegie Mellon University - Pittsburgh

We are interested in computing the electric field ∇u generated by a neutral charge distribution $\nabla \cdot h$ in a random environment, that is modelled by the following divergence form elliptic equation

$$-\nabla \cdot a \nabla u = \nabla \cdot h \quad \text{in } \mathbb{R}^3 \quad \text{with } u(x) \xrightarrow{|x| \uparrow \infty} 0, \quad (1)$$

where the conductivity a is sampled from a stationary and ergodic probability measure \mathbb{P} . For numerical purposes we compute the solution of (1) in a box $[-L, L]^d$ for $L \gg 1$ with a Dirichlet boundary condition, that is

$$\begin{cases} -\nabla \cdot a \nabla u_L = \nabla \cdot h & \text{in } [-L, L]^d, \\ u_L = u_{bc} & \text{on } \partial[-L, L]^d, \end{cases}$$

where the goal is to find the boundary condition u_{bc} that leads to the optimal convergence rate for $\|\nabla u - \nabla u_L\|_{L^2([-L, L]^d)}$ as $L \uparrow \infty$. I will explain how to build the optimal boundary condition, that combines ideas from the theory of effective multipoles in random environment developed by Bella, Giunti and Otto [1] as well as the homogenization theory for linear elliptic systems and recent estimates for the semi-group established in [2]. This is based on the preprint [3].

- [1] P. Bella, A. Giunti, F. Otto. *Effective multipoles in random media*. Communications in Partial Differential Equations, **45(6)**, 561–640, 2020.
- [2] N. Clozeau. *Optimal decay of the parabolic semigroup in stochastic homogenization for correlated coefficient fields*. Stochastics and Partial Differential Equations : Analysis and Computations, **11(3)**, 1254–1378, 2022.
- [3] N. Clozeau, L. Wang. *Artificial boundary conditions for random elliptic systems with correlated coefficient field*. arXiv preprint arXiv :2309.06798, 2023.

Contact : nicolas.clozeau@ist.ac.at

Approximations effectives pour des équations elliptiques hautement oscillantes

Simon RUGET, ENPC & Inria - Champs-sur-Marne
Claude LE BRIS, ENPC & Inria - Champs-sur-Marne
Frédéric LEGOLL, ENPC & Inria - Champs-sur-Marne

Cet exposé traite de problèmes inverses dans un contexte multi-échelle. Le but est de reconstruire des coefficients effectifs (aux grandes échelles) pour des EDP elliptiques comportant plusieurs échelles d'intérêt. Les données dont on dispose sont certaines observables (solutions en tout point, moyennes telles que l'énergie du système, ...) correspondant à différents chargements (i.e. second membre de l'équation). On suppose en revanche ne pas avoir directement accès à la valeur des coefficients oscillants.

On se concentre sur l'équation de diffusion posée sur un ouvert borné Ω

$$-\operatorname{div}(A_\varepsilon \nabla u_\varepsilon) = f \text{ dans } \Omega, \quad u_\varepsilon = 0 \text{ sur } \partial\Omega, \quad (1)$$

où le paramètre ε représente l'échelle caractéristique de variation du coefficient de diffusion, qui est typiquement supposée petite devant la taille du domaine Ω . Sous réserve d'hypothèses sur le coefficient A_ε et dans la limite où le rapport d'échelle ε tend vers 0, la théorie de l'homogénéisation (voir [1]) stipule l'existence d'une équation limite prenant la forme d'une équation de diffusion

$$-\operatorname{div}(A_\star \nabla u_\star) = f \text{ dans } \Omega, \quad u_\star = 0 \text{ sur } \partial\Omega \quad (2)$$

et faisant intervenir un *coefficient homogénéisé* A_\star constant. En toute généralité, il est difficile d'avoir accès au coefficient A_\star . Dans certains cas particuliers (cas de coefficients oscillants périodiques par exemple), A_\star peut être déterminé numériquement (via le calcul des correcteurs), mais cela nécessite d'avoir un accès complet au coefficient A_ε .

On se place maintenant dans le cadre des problèmes inverses, où on connaît la solution u_ε de (1) (ou certaines observables de u_ε) pour plusieurs chargements f . Il est bien connu que la détermination de A_ε à partir de ces informations est un problème mal posé. L'objet de cet exposé est de présenter une méthodologie pour reconstruire un *coefficient effectif*. Cette méthodologie, basée sur un problème d'optimisation (voir [2,3] pour des premières approches dans cet esprit), s'inspire de la théorie de l'homogénéisation, mais a vocation à être plus générale (l'hypothèse de périodicité n'est pas fondamentalement requise, le rapport d'échelle n'a pas besoin d'être infiniment petit, ...).

Dans les cas où A_\star peut être calculé, on compare nos résultats à ceux donnés par la théorie de l'homogénéisation. On montrera l'intérêt de l'approche en considérant en particulier des régimes où ε n'est pas infiniment petit, des cas où on ne dispose pas d'une information complète sur u_ε , ...

Mots clefs : Problème Inverse, Homogénéisation, Approximation Grossière

Références : [1] A. Bensoussan, J.-L. Lions, G. Papanicolaou, *Asymptotic analysis for periodic structures*, American Mathematical Society, 1978.

[2] C. Le Bris, F. Legoll, K. Li, *Approximation grossière d'un problème elliptique à coefficients hautement oscillants*, C. R. Acad. Sci. Paris, 2013.

[3] C. Le Bris, F. Legoll, S. Lemaire, *On the best constant matrix approximating an oscillatory matrix-valued coefficient in divergence-form operators*, Control, Optimisation and Calculus of Variations, 2018.

Contact : simon.ruget@enpc.fr

Méthode numérique multi-échelles pour les équations de réaction-diffusion à coefficients oscillants

Albéric LEFORT, ENPC, INRIA - Champs-sur-Marne
Frédéric LEGOLL, ENPC, INRIA - Champs-sur-Marne
Claude LE BRIS, ENPC, INRIA - Champs-sur-Marne

Mots-clés : *Problème de réaction-diffusion, méthode des éléments finis multi-échelles, homogénéisation, problème aux valeurs propres.*

Nous étudions théoriquement et numériquement plusieurs approches pour approximer la solution du problème aux valeurs propres de l'équation de réaction-diffusion à coefficients oscillants :

$$\begin{cases} \sigma_\varepsilon u_\varepsilon - \varepsilon^2 \operatorname{div}(A_\varepsilon \nabla u_\varepsilon) = \lambda_\varepsilon u_\varepsilon & \text{in } \Omega, \\ u_\varepsilon = 0 & \text{on } \partial\Omega, \end{cases} \quad (1)$$

où $A_\varepsilon = A(\frac{\cdot}{\varepsilon})$ et $\sigma_\varepsilon = \sigma(\frac{\cdot}{\varepsilon})$ sont des coefficients hautement oscillants, supposés périodiques pour nos résultats théoriques. L'inconnue est le couple $(u_\varepsilon, \lambda_\varepsilon)$ du premier vecteur propre et de la valeur propre pour l'équation (1). Cette équation est particulièrement utilisée pour modéliser le flux de neutrons dans le cœur d'un réacteur nucléaire en régime permanent, où les coefficients oscillants décrivent l'hétérogénéité du domaine (d'échelle caractéristique ε). Comme pour les problèmes multi-échelles, l'approximation numérique de la solution par des méthodes standards est trop coûteuse. Ici, nous mettons en œuvre une approche numérique utilisant la méthode des éléments finis multi-échelles ("MsFEM"), qui est une approche de discrétisation de Galerkin utilisant des fonctions de base pré-calculées, bien adaptées au problème d'intérêt. Comme ces fonctions de base sont des solutions de problèmes locaux, la tâche complexe consiste à trouver les bons problèmes locaux à résoudre. L'avantage de cette méthode repose sur le fait qu'une fois les fonctions de base précalculées, le couple $(u_\varepsilon, \lambda_\varepsilon)$ peut être obtenu en très peu de temps. De plus, les mêmes fonctions de base peuvent être utilisées pour dériver efficacement n'importe quel couple de valeurs propres/vecteurs propres de (1). Nous utilisons partiellement les résultats théoriques de l'homogénéisation dans un cadre périodique pour guider notre intuition afin de définir les fonctions de base appropriées produisant une méthode efficace de calcul du couple propre de (1).

Références :

- [1] G. Allaire and Y. Capdeboscq, *Homogenization of a spectral problem in neutronic multigroup diffusion*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 187 (2000) 91-117.
- [2] Y. Efendiev, T. Hou, *Multiscale Finite Element Method : Theory and Applications*, Surveys Tutorials Appl. Math. Sci. 4, Springer, New York, 2009.

Contact : alberic.lefort@enpc.fr

Méthode des éléments finis multi-échelles pour les écoulements incompressibles

Loïc BALAZI, CEA Saclay, CMAP (Ecole Polytechnique) - Saclay
Grégoire ALLAIRE, CMAP (Ecole Polytechnique) - Palaiseau
Pascal OMNES, CEA Saclay - Saclay

La simulation numérique de l'écoulement dans un milieu multi-échelle avec de nombreux obstacles, comme les cœurs de réacteurs nucléaires, est très difficile. En effet, pour capturer les échelles les plus fines de l'écoulement, un maillage très fin est nécessaire, ce qui conduit souvent à des simulations irréalisables en raison du manque de ressources de calcul. Pour surmonter cette limitation, diverses méthodes multi-échelles ont été développées dans la littérature pour tenter de résoudre les échelles en dessous de l'échelle du maillage grossier. Dans cet exposé, nous nous concentrons sur la méthode des éléments finis multi-échelles (MsFEM).

La MsFEM utilise un maillage grossier sur lequel nous définissons des fonctions de base qui ne sont plus les fonctions de base polynomiales classiques des éléments finis, mais qui résolvent les équations de la mécanique des fluides sur les éléments du maillage grossier. Ces fonctions sont elles-mêmes approximées numériquement sur un maillage fin en tenant compte de tous les détails géométriques, ce qui donne l'aspect multi-échelle de cette méthode. Sur la base de travaux antérieurs [1, 2] nous développons une MsFEM non-conforme enrichie pour résoudre les écoulements visqueux incompressibles dans des milieux hétérogènes.

La MsFEM développée est dans la veine de la méthode classique des éléments finis non-conformes de Crouzeix-Raviart avec des fonctions de poids d'ordre élevé. Nous effectuons une étude théorique rigoureuse de la MsFEM en deux et trois dimensions aux niveaux continu et discret. D'un point de vue numérique, nous implémentons la MsFEM pour résoudre les problèmes de Stokes et de Oseen, en deux et trois dimensions, dans un cadre massivement parallèle dans FreeFEM.

La perspective de ce travail est de pouvoir résoudre les équations de Navier-Stokes dans un domaine perforé à un nombre de Reynolds élevé en utilisant les fonctions de base multi-échelles.

- [1] Q. Feng, G. Allaire, P. Omnes. *Enriched Nonconforming Multiscale Finite Element Method for Stokes Flows in Heterogeneous Media Based on High-order Weighting Functions*. Multiscale Modeling & Simulation, pp. 462–492, 2022. doi :10.1137/21M141926X. Publisher : Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [2] G. Jankowiak, A. Lozinski, University of Konstanz, 78457 Konstanz, Germany, Université de Franche-Comté, CNRS, LmB, F-25000 Besançon, France. *Non-conforming multiscale finite element method for Stokes flows in heterogeneous media. part ii : Error estimates for periodic microstructure*. Discrete and Continuous Dynamical Systems - B, **0(0)**, 0–0, 2023. doi : 10.3934/dcdsb.2023178.

Contact : balazi.loic@gmail.fr

Contrôle d'ensembles paramétriques de systèmes dynamiques

Nicolas AUGIER, LAAS-CNRS - Toulouse **Rémi ROBIN**, Inria Quantic - Paris

Le concept de contrôlabilité d'ensemble a été développé dans le but d'étudier le contrôle des systèmes dont la dynamique est influencée par des paramètres incertains, tout en utilisant des contrôles en boucle ouverte qui sont indépendants de ces paramètres. Ces problèmes se posent naturellement dans en physique, ingénierie et deep-learning où une incertitude sur certains paramètres du système, comme une fréquence de résonance ou sur la distribution des conditions initiales est à prendre en compte. En termes de contrôle, le but est de générer approximativement des évolutions cibles dans un espace fonctionnel en les paramètres adéquat via l'utilisation d'un contrôle indépendant des paramètres incertains, garantissant ainsi la robustesse de la stratégie de contrôle. Ce type de système générant des comportements beaucoup plus riches que les systèmes dynamiques EDO ou EDP usuels, des efforts conséquents ont été menés pour généraliser les résultats de contrôlabilité et de contrôle optimal dans ce cadre.

Dans cette perspective, ce mini-symposium combinera une étude de la contrôlabilité d'ensemble pour des équations provenant de la physique (EDP de la chaleur, systèmes quantiques) pour lesquels seuls des résultats très partiels existent déjà, puis se concentrera sur la possibilité d'optimiser ces stratégies en définissant des problèmes de contrôle optimal d'ensembles. Nous exposerons des méthodes impliquant le Principe du Maximum de Pontryagin (PMP), puis des méthodes de relaxation de la dynamique dans des espaces de mesures. Les méthodologies développées feront intervenir des outils poussés d'analyse fonctionnelle, d'analyse complexe et de moyennisation de systèmes dynamiques et les algorithmes de résolution utiliseront quant à eux des méthodes de Γ -convergence, de PMP itératif, puis les hiérarchies moments - sommes de carrés (SOS).

Les orateurs sont :

- Baparou Danhane¹ : Ensemble contrôlabilité pour l'équation de la chaleur.
- Ruikang Liang² : Contrôle d'ensemble pour les systèmes quantiques via des techniques de moyennisation.
- Alessandro Scagliotti³ : Contrôle optimal pondéré et uniforme d'ensembles de systèmes dynamiques par Γ -convergence.
- Nicolas Augier⁴ : Relaxations en mesure pour le contrôle optimal et résolution par les méthodes Moment-SOS : applications au contrôle d'ensemble.

Références

Contact : nicolas.augier@laas.fr

1. ATER au Laboratoire d'analyse et d'architecture des systèmes (LAAS-CNRS), Equipe Mac, Toulouse
2. Doctorant au Laboratoire Jacques-Louis Lions, Paris
3. Postdoctorant à Technische Universitat Munchen (TUM), Munich Center for Machine Learning, Munich
4. CR CNRS au Laboratoire d'analyse et d'architecture des systèmes (LAAS-CNRS), Equipe Mac, Toulouse

Occupation measure relaxations for optimal control

Nicolas AUGIER, LAAS-CNRS - Toulouse

In this talk, we address the problem of relaxation of optimal control problems from an occupational measure relaxation viewpoint. The method consists in replacing the dynamics by a continuity equation in the space of measures and to formulate the optimal control problem as a Linear Programming (LP) problem in the latter space. This formulation then allows to transform the problem into an optimization problem on the moments, so that the numerical resolution method based on the moment-SOS aka Lasserre hierarchy can be adapted to this case [3]. We will show at which extent this resolution method can be applied to systems having some specific features such as symmetries [2] or parametric uncertainties [1], and we will illustrate numerically our methods on the optimal inversion of qubits. This presentation is based on works a collaboration with Didier Henrion, Milan Korda, Victor Magron, Benoît Bonnet and Emilien Flayac.

- [1] N. Augier, B. Bonnet, E. Flayac. *Ensemble optimal control via measure relaxations*. In preparation, 2024.
- [2] N. Augier, D. Henrion, M. Korda, V. Magron. *Symmetry reduction and recovery of trajectories of optimal control problems via measure relaxations*. arXiv preprint arXiv :2307.03787, 2023.
- [3] J. B. Lasserre, D. Henrion, C. Prieur, E. Trélat. *Nonlinear optimal control via occupation measures and LMI-relaxations*. SIAM J. Control Optim., **47**(4), 1643–1666, 2008. doi :10.1137/070685051.

Contact : nicolas.augier@laas.fr

Ensemble contrôlabilité pour l'équation de la chaleur

Jérôme LOHÉAC, CRAN - Nancy
Baparou DANHANE, LAAS-CNRS - Toulouse

La modélisation de systèmes physiques fait intervenir, le plus souvent, dans la dynamique de ces derniers des paramètres qui leurs sont inhérents et dont, en réalité, on ne connaît avec précision. Pour les questions de contrôle classique, il est de coutume de supposer ces paramètres connus et construire des contrôles qui dépendent implicitement de ces paramètres. De ce fait, lorsqu'il y a modification de ces paramètres, le contrôle construit n'est plus en mesure de résoudre le problème de contrôle pour lequel il a été confectionné.

Le concept d'*ensemble contrôlabilité* a été introduit dans le but d'étudier la contrôlabilité des systèmes dont la dynamique dépend de paramètres avec des contrôles indépendants de ces paramètres. Ceci afin de rendre ces contrôles robustes par rapport aux éventuels variations dans les paramètres. Ce concept a souvent été considéré dans le cadre des systèmes dont la dynamique est gouvernée par des équations différentielles ordinaires linéaires.

Dans notre exposé, nous parlerons de l'ensemble contrôlabilité de l'équation de la chaleur. Plus précisément, nous considérons l'équation de la chaleur avec un coefficient de diffusion qui appartient à un compact de l'axe réel puis nous montrons qu'on peut "contrôler" ce système avec des contrôles internes indépendants de ce coefficient.

Contact : bdanhane@laas.fr

Ensemble control of n -level systems via combined adiabatic and rotating wave approximations

Ruikang LIANG, LJLL - Paris

Ugo BOSCAIN, LJLL - Paris

Rémi ROBIN, CAS - Paris

Mario SIGALOTTI, LJLL - Paris

In this work, we explore the ensemble control problem of n -level quantum systems with unknown parameters. Under suitable frequency conditions, we justify the application in cascade of the rotating wave approximation and the adiabatic approximation. This enables the construction of a real-valued control law that realizes population inversion between two arbitrary eigenstates. We are also going to present some illustrative numerical examples for further insight.

Contact : ruikang.liang@sorbonne-universite.fr

Weighted and uniform optimal control of ensembles of systems via Γ -convergence

Alessandro SCAGLIOTTI, MCML & TU Munich - Munich (Allemagne)

In this presentation, we consider an ensemble of affine-control systems in \mathbb{R}^n of the form

$$\dot{x} = A^\theta(x)u + b^\theta(x),$$

parametrised by $\theta \in \Theta$ (compact subset of an Euclidean space), which are simultaneously driven on the time horizon $[0, T]$ by the same control $u \in \mathcal{U} := L^2([0, T], \mathbb{R}^m)$. Given a probability measure $\mu \in \mathcal{P}(\Theta)$ that quantifies our uncertainty on the parameter θ , we consider the weighted functional $J_\mu : \mathcal{U} \rightarrow \mathbb{R}$ defined as

$$J_\mu(u) := \int_{\Theta} a(x_u^\theta(T), \theta) d\mu(\theta) + \lambda \|u\|_{L^2}^2,$$

where $\lambda > 0$ tunes the regularisation, and $a : \mathbb{R}^n \times \Theta \rightarrow \mathbb{R}$ represents the end-point cost for the elements of the ensemble. Considering a sequence $(\mu_n)_n$ weakly converging to μ (e.g., obtained through samplings/experiments), we show that the respective functionals $(J_{\mu_n})_n$ are Γ -converging to J_μ . This implies the strong convergence of the minimisers \hat{u}_n of J_{μ_n} to the minimisers of J_μ .

An analogous result can be proved for the uniform optimal control problem

$$G(u) := \sup_{\theta \in \Theta} a(x_u^\theta(T), \theta) + \lambda \|u\|_{L^2}^2.$$

Indeed, if we have a sequence of triangulations $(\Theta_n)_n$ that properly approximate Θ , then the functionals

$$G_n(u) = \sup_{\theta \in \Theta_n} a(x_u^\theta(T), \theta) + \lambda \|u\|_{L^2}^2$$

are Γ -convergent to G . Finally, we will see how the first order necessary optimality conditions relate every uniform optimal control problem to a weighted one. The material presented can be found in [1, 2].

[1] A. Scagliotti. *Optimal control of ensembles of dynamical systems*. ESAIM : Control Optim. Calc. Var., **29(22)**, 2023.

[2] A. Scagliotti. *Minimax problems for ensembles of affine-control systems*. In preparation, 2024.

Contact : scag@ma.tum.de

Mathematical modeling for low-Reynolds-number swimming

Jessie LEVILLAIN, CMAP, École polytechnique - Palaiseau

Swimming in a fluid at microscopic scale has multiple links in several fields of science, from biology to soft matter physics and micro-robotics. Whether it be a flagellated being, such as sperm cells, or particles tumbling in a fluid, problems usually involve a complex balance of hydrodynamics, elasticity and internal activity. In this mini-symposium, various mathematical models of swimmers are presented, involving ODEs and/or PDEs. After a general introduction on the topic, talks will focus on understanding different behaviors swimmers can exhibit, through the systems of equations modeling either the entire being (looking at rapidly spinning particles, or flagellar beating patterns), or smaller-scale activation mechanisms.

Speakers are :

- François Alouges (Centre Borelli, ENS Paris-Saclay) : Swimming at low Reynolds number
- Jessie Levillain : Mathematical models for flagellar activation
- Irene Anello (SISSA, Trieste) : flagellar activation mechanisms : a non linear study
- Clément Moreau (LS2N, Nantes) : Multi-scale analysis and reduced models for low-Reynolds swimmers

Contact : jessie.levillain@polytechnique.edu

Swimming at low Reynolds number

François ALOUGES, Centre Borelli - Ecole Normale Supérieure Paris-Saclay, Gif sur Yvette

Swimming at low Reynolds number is a topic that has emerged since the seminal works of Taylor and Purcell [4, 3]. The aim is to understand the swimming capabilities of microorganisms such as spermatozoa, bacteria or microalgae. The talk is meant as an introductory talk for the minisymposium “Mathematical modeling of low Reynolds number swimming”. The goal is to present an overview of the problem, showing the counterintuitive obstruction given by the Scallop Theorem, and the inefficiency of reciprocal shape changes. We will show how to produce loops in the space of shapes and why Control theory has been so successful [2]. Several techniques can then be understood to propel biological as well as artificial microorganisms [1, 5].

Several questions will be raised during the talk, some of them being answered in the subsequent talks of the Minisymposium. In particular the way for biological filament to produce curvature and eventually motion will be of particular interest since the complex fluid-structure interaction and the activation mechanism that produces the deformation itself remains, to a large extent, a mystery.

- [1] F. Alouges, A. DeSimone, L. Giraldi, Y. Or, O. Wiesel. *Energy-optimal strokes for multi-link microswimmers : Purcell’s loops and Taylor’s waves reconciled*. New Journal of Physics, **21(4)**, 043050, 2019. doi :10.1088/1367-2630/ab1142.
- [2] F. Alouges, A. DeSimone, A. Lefebvre. *Optimal Strokes for Low Reynolds Number Swimmers : An Example*. Journal of Nonlinear Science, **18(3)**, 277–302, 2008. doi :10.1007/s00332-007-9013-7.
- [3] E. M. Purcell. *Life at low Reynolds number*. American Journal of Physics, **45(1)**, 3–11, 1977.
- [4] G. I. Taylor. *Analysis of the swimming of microscopic organisms*. Proc. R. Soc. Lond. A, **209**, 447–461, 1951.
- [5] M. Zoppello, A. Desimone, F. Alouges, L. Giraldi. *Self-propulsion of slender micro-swimmers by curvature control : N-link swimmers*. International Journal of Non-Linear Mechanics, **56**, 2013. doi :10.1016/j.ijnonlinmec.2013.04.012.

Contact : francois.alouges@ens-paris-saclay.fr

Mathematical models for flagellar activation

Jessie LEVILLAIN, CMAP, Ecole polytechnique - Palaiseau

In order to compensate the lack of inertia in a fluid at a low Reynolds number, strategies involving non-reciprocal movement patterns need to be employed by swimmers at the microscopic scale [5]. Among them, the most common one is using beating filaments such as cilia, or flagella which has a characteristic pattern to maximize swimming efficiency. However, this motion cannot be easily reproduced when studying a simple elastic filament without any form of activation along its length. In this case, the wave propagating along the swimmer is attenuated very quickly [2, 4], which does not match the behaviors observed in the tails of swimming micro-organisms in biology, or in data-based simulations [7].

In practice, an entire structure propagating curvature variations is present along the flagellum. This structure, called axoneme, is mainly composed of pairs of filaments arranged in a circle, between which molecular motors walk [3, 6]. These motors are the active component which create bending along the flagellum, and are powered by a chemical component called Adenosine triphosphate (ATP).

In this talk, I will present a detailed mathematical model of the axoneme. I will particularly focus on the molecular motors' behavior, first through a two-state model, governed by Fokker-Planck equations. I will then introduce other more complex models to take into account the whole structure of this axoneme. I will study mathematically and numerically the influence of the ATP quantity on the system's behavior, and discuss its biophysical interpretation [1].

This work was conducted with F. Alouges (ENS Paris-Saclay), I. Anello (SISSA), A. DeSimone (SISSA) and A. Lefebvre-Lepot (CentraleSupélec).

- [1] F. Alouges, I. Anello, A. DeSimone, A. Lefebvre-Lepot, J. Levillain. *Inside an n -axoneme : a mathematical model for flagellar activation mechanisms*. to be submitted, 2024.
- [2] F. Alouges, A. Lefebvre-Lepot, J. Levillain. *A limiting model for a low reynolds number swimmer with n passive elastic arms*. *Mathematics in Engineering*, **5(5)**, 1–20, 2023.
- [3] F. Jülicher, J. Prost. *Cooperative molecular motors*. *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 2618–2621, 1995.
- [4] K. E. Machin. *Wave Propagation along Flagella*. *Journal of Experimental Biology*, **35(4)**, 796–806, 1958.
- [5] E. M. Purcell. *Life at low Reynolds number*. *American Journal of Physics*, **45(1)**, 3–11, 1977.
- [6] P. Sartori, V. F. Geyer, J. Howard, F. Jülicher. *Curvature regulation of the ciliary beat through axonemal twist*. *Phys. Rev. E*, **94**, 042426, 2016. doi :10.1103/PhysRevE.94.042426.
- [7] B. J. Walker, S. Phuyal, K. Ishimoto, C.-K. Tung, E. A. Gaffney. *Computer-assisted beat-pattern analysis and the flagellar waveforms of bovine spermatozoa*. *R. Soc. Open Sci.*, **7(6)**, 2020.

Contact : jessie.levillain@polytechnique.edu

Flagellar activation mechanism: a non linear study

Irene ANELLO, SISSA - Trieste, Italy
Antonio DE SIMONE, SISSA - Trieste, Italy

Our work concerns modeling the mechanisms underlying flagellar propulsion. Flagella exhibit characteristic oscillatory motion, driven by molecular motors within their cytoskeletal structure. Various mathematical models have been proposed to elucidate how molecular motors self-regulate to generate oscillations.

Our presentation aims to make connections between these models, spanning both microscopic theoretical aspects and broader phenomenological insights. In order to undertake our investigation, we study a two-dimensional elastic filament immersed in a viscous fluid, which models a swimming flagella. The motion of this filament is governed by a partial differential equation describing the flagellar angle as a function of time and axial position. To model the internal activity generated by the molecular motors and also their auto-regulation, we couple the main PDE with the different non linear dynamics for the filament's internal moment.

We will present both linear analysis and fully nonlinear numerical simulations for each mathematical model. Specifically, we aim to shed light on the role of non-linearity, exploring the spectrum of flagellar motion behaviors in response to varying control mechanisms. To facilitate this exploration, we employ COMSOL software, implementing efficiently the non-linear system of equations.

Contact : ianello@sissa.it

Multi-scale analysis and reduced models for low-Reynolds swimmers

Clément MOREAU, CNRS/LS2N - Nantes

The topic of this presentation is a multi-timescale approach to derive reduced models of particles and swimmers in a viscous (low Reynolds-number) fluid.

Over a long period of time, or from a distance, the trajectory of self-propelling bodies such as swimmers appears smooth, with their trajectories appearing almost ballistic. This long-time behaviour, however, masks more complex dynamics, such as the side-to-side snakelike motion exhibited by spermatozoa as they swim, propelled by the frequent and periodic beating of their flagellum, or shape-changing microorganisms and microrobots. Many models of motion at microscopic scale, such as the celebrated Jeffery equations established in 1922 [3], neglect, often without formal justification, these effects in favour of smoother long-term behaviours.

In this talk, I will present recent results based on multi-timescale analysis and evaluating the long-term effects of high-frequency oscillations on translational and angular motion for various classical swimming models of micro-scale swimmers, with the purpose of assessing the relevance of neglecting these oscillations, and derive simplified equivalent models.

I will particularly focus on Jeffery equations and subsequent generalisations [2]. The simplest formulation of Jeffery equation deals with the planar motion of an ellipsoidal particle in a shear flow, whose position (x, y) and orientation θ are governed by the following dynamical system :

$$\begin{cases} \dot{x} = V \cos \theta + \gamma y, \\ \dot{y} = V \sin \theta, \\ \dot{\theta} = \frac{\gamma}{2}(-1 + B \cos(2\theta)), \end{cases} \quad (1)$$

with V , B and γ respectively representing the particle's velocity, its elongation and the shear flow strength.

When adding a fast-timescale term in the orientational dynamics, represented by some $f(\omega t)$ with $\omega \gg 1$, one can show that the averaged system still follows Jeffery trajectories, with effective parameters explicitly calculated from the function f . I will detail the multiscale method on this example and discuss its physical interpretation, and describe extensions to deformable particles and three-dimensional motion [4, 1].

This work was conducted with M. Dalwadi (UCL), E. Gaffney (Oxford University), K. Ishimoto (Kyoto University), and B. Walker (University of Bath).

- [1] E. A. Gaffney, M. P. Dalwadi, C. Moreau, K. Ishimoto, B. J. Walker. *Canonical orbits for rapidly deforming planar microswimmers in shear flow*. *Physical Review Fluids*, **7(2)**, L022101, 2022.
- [2] K. Ishimoto. *Jeffery's orbits and microswimmers in flows : A theoretical review*. *Journal of the Physical Society of Japan*, **92(6)**, 062001, 2023.
- [3] G. B. Jeffery. *The motion of ellipsoidal particles immersed in a viscous fluid*. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing papers of a mathematical and physical character*, **102(715)**, 161–179, 1922.
- [4] B. J. Walker, K. Ishimoto, E. A. Gaffney, C. Moreau, M. P. Dalwadi. *Effects of rapid yawing on simple swimmer models and planar jeffery's orbits*. *Physical Review Fluids*, **7(2)**, 023101, 2022.

Contact : clement.moreau@cnrs.fr

Méthode de Lattice Boltzmann et applications en mécanique des fluides

Stéphane BRULL, Institut de Mathématiques de Bordeaux - Talence

Ce minisymposium est dédié à la méthode de Lattice Boltzmann (LBM) appliquée à la mécanique des fluides. De manière générale, ces méthodes sont alors basées sur l'introduction d'un réseau représentant la vitesse microscopique et de fonctions de distributions associées à chaque vitesse du réseau. Chaque fonction de distribution est solution d'une équation de transport et les quantités macroscopiques de départ s'obtiennent comme des combinaisons de ces fonctions de distribution. Ces méthodes sont très populaires en mécanique car elles présentent un faible coût de calcul dans la mesure où elles sont facilement implémentables. Les propriétés mathématiques de la LBM telles que la conservation de certaines propriétés physiques, la stabilité, la cohérence avec l'entropie, ne sont pas encore bien comprises et font l'objet d'investigations récentes. Ainsi, le but de ce minisymposium est faire le point sur les avancées récentes sur les méthodes de Lattice Boltzmann à travers ces 4 exposés.

Les personnes qui participeront à ce mini-symposium sont les suivantes

- Denise Aregba-Driollet, Bordeaux
- Thomas Bellotti, Strasbourg
- Nathalie Bonamy-Parrilla, Bordeaux
- Filipa Caetano, Orsay

sachant que tout le monde a accepté de participer.

Contact : Stephane.brull@math.u-bordeaux.fr

Convergence de la méthode de Boltzmann sur réseau avec sur-relaxation pour des lois de conservation non linéaires

Denise AREGBA-DRIOLLET, IMB et Bordeaux INP - Bordeaux

Nous montrons la convergence d'une famille de méthodes de Boltzmann sur réseau pour les lois de conservation scalaires multi-dimensionnelles. Ces méthodes sont basées sur des systèmes BGK à vitesses discrètes. La partie collision du schéma fait intervenir un paramètre de relaxation dont la valeur est importante tant pour la stabilité que pour la précision de la méthode. Nous établissons des conditions suffisantes sur les relations liant ce paramètre aux coefficients du modèle BGK sous-jacent pour la monotonie du schéma. Dans ces conditions, nous montrons que la solution numérique converge vers la solution faible entropique de la loi de conservation. Les tests numériques montrent la perte de monotonie en cas de non respect de ces conditions.

- [1] D. Aregba-Driollet. *Convergence of the lattice Boltzmann method with overrelaxation for a nonlinear conservation law*, 2023. Preprint. <https://hal.science/hal-04295368>.

Contact : denise.aregba@math.u-bordeaux.fr

Schémas de Boltzmann sur réseau d'ordre quatre entropiquement stables pour les systèmes hyperboliques

Thomas BELLOTTI, Institut de recherche mathématique avancée - Strasbourg
Philippe HELLUY, Institut de recherche mathématique avancée - Strasbourg
Laurent NAVORET, Institut de recherche mathématique avancée - Strasbourg

Dans cet exposé, nous présentons un cadre novateur pour le développement de schémas de Boltzmann sur réseau d'ordre quatre afin de traiter les systèmes de lois de conservation non-linéaires multidimensionnels, détaillé dans [1]. Nos schémas numériques préservent deux caractéristiques fondamentales propres aux méthodes de Boltzmann sur réseau classiques : une phase de relaxation locale et une phase de transport composée de décalages élémentaires sur grille Cartésienne. Pour atteindre une précision d'ordre quatre, nous utilisons une procédure de composition avec poids rationnels, basée sur des schémas d'ordre deux symétriques en temps. Cela permet d'écrire la phase de transport en termes de décalages élémentaires. L'introduction de variations locales du paramètre de relaxation lors de chaque étape de relaxation assure la conservation de l'entropie par les schémas. Cela améliore non seulement la stabilité en temps long, mais préserve également la précision d'ordre quatre. Notre approche est validée par des tests sur des équations scalaires et des systèmes dans une et deux dimensions spatiales.

- [1] T. Bellotti, P. Helluy, L. Navoret. *Fourth-order entropy-stable lattice Boltzmann schemes for hyperbolic systems*, 2024. Working paper or preprint.

Contact : bellotti@unistra.fr

Schémas Boltzmann sur réseau pour les systèmes de dérive diffusion

Nathalie BONAMY PARRILLA, IBM - Bordeaux

Stéphane BRULL, IMB - Bordeaux François ROGIER, ONERA - Toulouse

Ce travail est consacré à la résolution d'un système d'équations de dérive diffusion dans le contexte des plasmas froids en utilisant la méthode de Boltzmann sur réseau (lattice Boltzmann ou LB). Il a été prouvé que cette méthode présente certains avantages en termes de coût de calcul et d'efficacité, car elle peut être mise en œuvre et parallélisée facilement. Néanmoins, la consistance des schémas LB avec les équations physiques doit être étudiée. Un travail de fond a été effectué dans [3] pour trouver une correspondance entre les schémas LB et les équations physiques par le biais de la méthode des équations équivalentes. Le but de ce travail est d'utiliser les schémas LB afin de résoudre les systèmes de dérive diffusion pour les électrons :

$$\begin{aligned}\partial_t \rho + \nabla_x \cdot (-E\mu\rho - \nabla_x(D\rho)) &= S, \\ \partial_t \rho_w + \nabla_x \cdot (-E\mu_w\rho_w - \nabla_x(D\rho_w)) + E \cdot (-E\mu\rho - \nabla_x(D\rho)) &= S_w,\end{aligned}$$

où ρ , ρ_w représentent respectivement la densité d'électrons et la densité d'énergie, E est le champ électrique, μ et D sont les coefficients de mobilité et de diffusion et enfin S et S_w sont les termes sources d'ionisation. A cette fin, nous considérons tout d'abord un modèle cinétique qui donne les équations fluides correctes à la limite hydrodynamique. Le modèle considéré a été proposé dans [1] pour les décharges luminescentes. On cherche à retrouver les bonnes valeurs des coefficients de transport μ et D en calibrant certains paramètres sur les équations adimensionnelles. Nous considérons dans une première approche le cas isotherme conduisant à une équation d'advection-diffusion. Des travaux ont été menés sur la stabilité et la convergence d'un schéma D1Q2 pour les équations d'advection-diffusion dans [2]. Nous présenterons un schéma LB qui est testé dans un cas stationnaire couplé avec l'équation de Poisson et pour lequel, grâce à l'étude des équations équivalentes, nous pouvons ajuster les paramètres pour contrôler les valeurs des coefficients de transport. Enfin, on présentera des résultats de consistance en suivant la démarche proposée dans [3].

- [1] I. Choquet, P. Degond, B. Lucquin-Desreux. *A hierarchy of diffusion models for partially ionized plasmas.*, 2007.
- [2] S. Dellacherie. *Construction and analysis of lattice boltzmann methods applied to a 1d convection-diffusion equation.* Acta Applicandae Mathematicae, **131**, 69–140, 2014.
- [3] F. Dubois. *Une introduction au schéma de boltzmann sur réseau.* In *ESAIM : proceedings*, vol. 18, pp. 181–215. EDP Sciences, 2007.

Contact : nathalie.bonamy-parrilla@math.u-bordeaux.fr

Etude paramétrique de la stabilité du schéma D1Q3 pour l'équation d'advection

Thomas BELLOTTI, IRMA - Strasbourg Filipa CAETANO, LMO - Orsay

François DUBOIS, LMSSC CNAM Paris - LMO Orsay

Benjamin GRAILLE, LMO - Orsay

On considère un schéma de Boltzmann sur réseau monodimensionnel à trois vitesses discrètes (D1Q3) pour approcher l'équation d'advection à vitesse constante, dans le cas particulier où la diffusion de l'équation équivalente est nulle. Ce schéma est alors d'ordre deux. Il est paramétré par la vitesse d'advection et par les deux paramètres de relaxation s_1 et s_2 . Nous proposons de mener une étude algébrique de la stabilité de ce schéma en nous appuyant sur l'algorithme de Schur-Cohn ([1]). Cet algorithme itératif donne une condition nécessaire et suffisante pour que les racines de polynômes de variable complexe soient de module plus petit que un. Dans le cas d'un jeu de paramètres fixé, l'algorithme fournit directement la réponse sur la stabilité du schéma. L'enjeu de notre travail est de donner la description de la frontière de la zone de stabilité sous forme d'une relation explicite entre les paramètres de relaxation du schéma :

$$0 \leq s_1 \leq 2 \quad \text{et} \quad 0 \leq s_2 \leq s_2^*(s_1) = \frac{\sqrt{\Delta} + b + a}{\sqrt{\Delta} + b},$$

où

$$a = 8 - 8s_1 + s_1^2, \quad b = 2s_1(2 - s_1), \quad \Delta = a^2 + b^2.$$

On donnera des illustrations numériques de nos résultats.

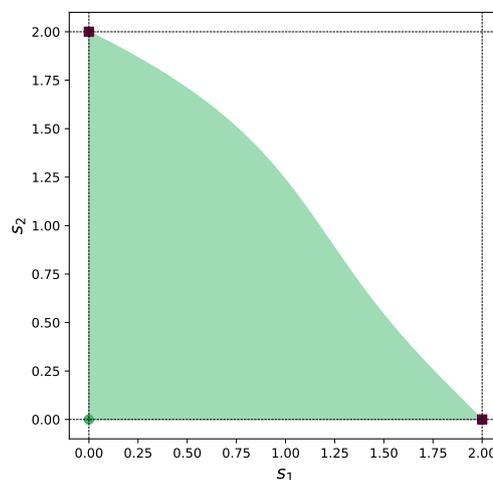


FIGURE 1 – Zone de stabilité

[1] J. C. Strikwerda. *Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations, Second Edition*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2004.

Contact : filipa.caetano@universite-paris-saclay.fr

Modèles et asymptotiques pour les matériaux ferromagnétiques - II

Clémentine COURTÈS, IRMA - Strasbourg
Ludovic GODARD-CADILLAC, IMB - Bordeaux

Stéphane LABBÉ, LJLL - Paris

Ce mini-symposium, réparti sur deux sessions, est construit autour du projet ANR Mosaicof qui porte sur l'étude asymptotique des matériaux ferromagnétiques et la nature multi-physique des phénomènes associés (electromagnétisme, thermique, nano-physique, mécanique). Ce sont des matériaux aux propriétés multiples, particulièrement utilisés en micro-électronique pour la construction de systèmes de stockage de données à haute densité. Ils permettent un stockage qui soit fiable (stabilité des données stockées), rapide (lecture et écriture facile) et économe en énergie.

L'objectif de ce mini-symposium est de permettre à divers spécialistes du magnétisme de se rencontrer dans le cadre de présentations des dernières avancées de la recherche. Ces présentations porteront aussi bien sur les aspects relevant de la modélisation physique et de la simulation numérique des phénomènes magnétiques que sur les aspects théoriques et mathématiques. De nombreuses problématiques de la physique du magnétisme seront abordées, à savoir :

- La dynamique des fluides électro-magnétiques, ou des objets ayant des propriétés électro-magnétiques plongés dans un fluide.
- Le micro-magnétisme, c'est-à-dire les plus petites échelles du magnétisme, l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert (dérivée de la mécanique quantique).
- L'aimantation d'un matériau et son évolution (équations de Maxwell, phénomènes thermiques, propriétés ferromagnétiques, action mécanique et magnétostriction, etc...). Étude de phénomènes de transition, propriétés de stabilité et analyse asymptotique.
- L'influence de la géométrie du domaine sur son comportement magnétique (géométries fines, géométries complexes, optimisation de forme).

Mots clés : *structures ferromagnétiques, aimantation, dynamique des parois magnétiques, effets multi-physiques, magnétostriction, effets thermiques, géométries fines ou complexes, modélisation stochastique, mécanique des fluides magnétiques.*

Orateurs de la deuxième session :

- **Brigitte Bidégaray** : Schémas en temps pour le couplage des équations de Maxwell dans des milieux matériels complexes.
- **Nicolas Laflorencie** : An introduction to Many-Body Localization for a simple random spin chain model
- **Robin Roussel** : Optimisation de forme de l'hélicité harmonique pour des domaines toroïdaux
- **Ludovic Godard-Cadillac** : Modélisation et analyse du micro-magnétisme des nano-particules et des nano-fils magnétiques.

Contact : stephane.labbe@sorbonne-universite.fr

Schémas en temps pour le couplage des équations de Maxwell dans des milieux matériels complexes

Brigitte BIDÉGARAY-FESQUET, Laboratoire Jean Kuntzmann - Grenoble

Clément JOURDANA, Laboratoire Jean Kuntzmann - Grenoble

Nous nous intéressons à l'étude numérique de l'interaction laser-matière pour des microstructures quantiques insérées dans un milieu dispersif. L'objectif est double : déterminer en quoi les microstructures quantiques modifient les propriétés dispersives du matériau sous-jacent et notamment leurs fréquences de résonance, et aussi comprendre en quoi le matériau dispersif affecte l'évolution temporelle des états dans les microstructures quantiques. Les fréquences d'intérêt se trouvant modifiées, il est particulièrement utile dans ce cas là d'adopter une approche dans le domaine temporel, qui a l'avantage de ne pas présupposer les fréquences qui entrent en jeu dans l'interaction.

Pour cela, nous considérons un système de Maxwell dans le domaine temporel et dans lequel le champ de déplacement électrique contient la contribution de deux champs de polarisation, \mathbf{P}_{md} et \mathbf{P}_{sq} , respectivement induits par le matériau dispersif et les structures quantiques. D'une part, la polarisation \mathbf{P}_{md} est exprimée *via* la susceptibilité électrique χ par

$$\mathbf{P}_{\text{md}} = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^t \chi(\mathbf{r}, t - t') \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt'$$

en utilisant les modèles de Debye ou de Lorentz. D'autre part, la polarisation quantique \mathbf{P}_{sq} s'exprime comme

$$\mathbf{P}_{\text{sq}}(\mathbf{r}_j, t) = N_a \text{Tr}(\mathbf{p}_j \rho_j(t)),$$

où la j -ième microstructure est située au point \mathbf{r}_j et est décrite par son moment dipolaire \mathbf{p}_j et sa matrice de densité ρ_j . Enfin, ρ_j est solution de l'équation de Bloch

$$i\hbar \partial_t \rho_j = [\mathcal{H}(\mathbf{r}_j, t), \rho_j(t)] + Q(\rho_j(t)),$$

où l'hamiltonien \mathcal{H} dépend du champ électrique \mathbf{E} .

La discrétisation temporelle a été étudiée avec l'une ou l'autre polarisation [1, 2]. L'idée de ce travail est de considérer les deux ensemble. Nous considérons une discrétisation par différences finies dans le domaine temporel et définissons des grilles décalées appropriées dans l'espace et le temps pour gérer le couplage entre les trois modèles différents. Une question importante pour le couplage est de choisir entre discrétisation de la polarisation \mathbf{P} ou de sa dérivée temporelle $\partial_t \mathbf{P}$. Les schémas que nous proposons ont l'avantage de préserver les propriétés de positivité de la matrice densité et de découpler les équations. En deux dimensions d'espace, on observe un couplage plus important des équations, ce qui a des répercussions sur le découplage optimal que l'on peut espérer dans la discrétisation en temps.

[1] B. Bidégaray. *Time discretizations for Maxwell-Bloch equations*. Numerical Methods for Partial Differential Equations, **19(3)**, 284–300, 2003.

[2] B. Bidégaray-Fesquet. *Stability of FD-TD schemes for Maxwell-Debye and Maxwell-Lorentz equations*. SIAM Journal on Numerical Analysis, **46(5)**, 2551–2566, 2008.

Contact : Brigitte.Bidegaray@univ-grenoble-alpes.fr

An introduction to Many-Body Localization for a simple random spin chain model

Nicolas LAFLORENCIE, Laboratoire de Physique Théorique, CNRS,
Université de Toulouse, UPS - Toulouse, France

What happens in an isolated quantum system when both disorder and interactions are present ? Over the recent years, the picture of a non-thermalizing phase of matter, the many-body localized (MBL) phase, has emerged as a stable solution, challenging the very foundation of statistical quantum mechanics. In this talk, I will present a basic introduction to MBL, focusing on the paradigmatic example of the quantum XXZ spin- $\frac{1}{2}$ chain Hamiltonian in a random magnetic field. This (apparently simple) model provides a very rich example where unconventional physics emerges. I will also discuss how the use of high-performance computer simulations has been of great help to better understand quantum matter at high energy behaves in the presence of strong randomness. For further reading, see [1, 2, 3].

- [1] D. A. Abanin, E. Altman, I. Bloch, M. Serbyn. *Many-body localization, thermalization, and entanglement*. Rev. Mod. Phys., **91**(2), 021001, 2019. doi :10.1103/RevModPhys.91.021001.
- [2] F. Alet, N. Laflorencie. *Many-body localization : An introduction and selected topics*. Comptes Rendus Physique, **19**(6), 498–525, 2018. doi :10.1016/j.crhy.2018.03.003.
- [3] P. Sierant, M. Lewenstein, A. Scardicchio, L. Vidmar, J. Zakrzewski. *Many-body localization in the age of classical computing*. arXiv :2403.07111, 2024.

Contact :

Modélisation et analyse du micro-magnétisme des nano-particules et des nano-fils magnétiques

Ludovic GODARD-CADILLAC, Institut Mathématique de Bordeaux - Bordeaux

Cette présentation porte sur une série de travaux de modélisation et d'analyse du micro-magnétisme en géométrie fine (petites sphères ou cylindre fin). Un premier travail a consisté à modéliser la dynamique des nano-particules magnétiques en interaction dans un fluide visqueux en les représentant comme de petits aimants sphériques. Dans ce cadre nous avons effectué différentes simulations numériques permettant de décrire les structures méta-stables qui émergent et qui évoluent au cours du temps sous différents effets (auto-interaction magnétique, interaction fluide-structure, effets thermiques, interaction avec un champ extérieur). Dans un second temps, nous avons fait l'analyse mathématique de ces structures émergentes à l'aide de techniques issues du calcul des variations. Nous nous sommes concentrés sur les deux structures ayant le plus d'intérêt du point de vue de la physique, à savoir les structures en anneaux et les structures alignées. Dans la continuité de cette étude, nous avons analysé le cas des nano-fils magnétiques, c'est-à-dire le cas où la structure de nano-particules alignées fusionne en un unique cristal cylindrique très fin et très allongé. Les applications possibles de ces systèmes magnétiques sont le stockage d'information haute densité et le contrôle d'objets nano-métriques grâce à un champ magnétique extérieur. Les travaux présentés ont été réalisés à Strasbourg, à l'IPCMS pour les aspects physiques avec Paul-Antoine Hervieux et Giovanni Manfredi, et à l'IRMA pour les aspects mathématiques avec Raphaël Côte, Clémentine Courtès, Guillaume Ferrière (maintenant à l'INRIA Lille) et Yannick Privat (maintenant à l'IEC Nancy).

Contact : ludovic.godard-cadillac@math.u-bordeaux.fr

Optimisation de forme de l'hélicité harmonique pour des domaines toroïdaux

Rémi ROBIN, Mines Paris, Inria, CNRS, ENS-PSL, PSL Research University - Paris
Robin ROUSSEL, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Sorbonne Université, Inria - Paris

Dans cet exposé, nous introduisons la notion d'hélicité harmonique d'un domaine toroïdal, et étudions le problème d'optimisation de forme associé d'un point de vue théorique et numérique. Étant donné un domaine toroïdal, nous considérons son champ harmonique associé. Ce dernier est le champ magnétique obtenu de manière unique à normalisation près lorsqu'on impose une trace normale nulle et un courant électrique nul à l'intérieur du domaine. Nous étudions ensuite l'hélicité de ce champ, qui est une quantité d'intérêt en magnéto-hydrodynamique correspondant au produit L^2 du champ avec son image par l'opérateur Biot-Savart. Pour ce faire, nous commençons par introduire le cadre fonctionnel approprié et une caractérisation équivalente par des EDP. Nous introduisons ensuite le problème d'optimisation de forme, et nous identifions le gradient de forme de l'hélicité harmonique. Enfin, nous étudions un schéma numérique de type éléments finis extérieurs pour calculer l'hélicité harmonique et son gradient de forme, et nous présentons quelques simulations pour le problème d'optimisation de forme.

Cet exposé synthétise un préprint récent [1] effectué en collaboration avec Rémi Robin.

- [1] R. Robin, R. Roussel. *Shape optimization of harmonic helicity in toroidal domains*, 2024. doi : 10.48550/arXiv.2401.14824. ArXiv :2401.14824 [cs, math].

Contact : robin.rousseau@sorbonne-universite.fr

Robustesse et optimalité en contrôle quantique

Nicolas AUGIER, LAAS - Toulouse Rémi ROBIN, Mines Paris, Inria - Paris

L'étude et la maîtrise des systèmes quantiques jouent un rôle crucial dans divers domaines, de l'informatique quantique à la recherche fondamentale en physique. Les récentes avancées dans ce domaine ont ouvert de nouvelles perspectives passionnantes à l'interface de la physique, de l'informatique, de l'ingénierie et des mathématiques. Le contrôle de ces systèmes quantiques a progressé au-delà des simples démonstrations de concept ; il est maintenant question de concevoir des stratégies robustes et efficaces, tout en approfondissant notre compréhension des limites d'observabilité et de contrôlabilité.

Ce mini-symposium propose d'aborder divers problèmes mathématiques pertinents dans cette vaste thématique. Les deux premiers orateurs évoqueront des stratégies de contrôle optimal pour des systèmes quantiques fermés ; afin d'estimer des paramètres du système ou de préparer précisément un condensat de Bose-Einstein. Les deux exposés suivants se tourneront vers des systèmes quantiques ouverts ; le premier talk analysera des techniques de réduction de modèle et le dernier s'intéressera à un exemple de stabilisation par décohérence.

Les orateurs sont:

- Quentin Ansel¹ : Optimal control strategies for parameter estimation of quantum systems.
- Bruno Peaudecerf² : Optimal control of a Bose-Einstein condensate in an optical lattice.
- Angela Riva³ : Time convolutionless approach to adiabatic elimination.
- Rémi Robin⁴ : Convergence of bipartite open quantum systems stabilized by reservoir engineering.

Contact : remi.robin@inria.fr

-
1. Postdoc au Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne, Université de Bourgogne-Franche-Comté, Dijon
 2. CR CNRS au Laboratoire Collisions - Agrégats - Réactivité, Université Paul Sabatier, Toulouse
 3. Doctorante à l'Inria Paris
 4. Postdoc au Centre Automatique et Systèmes, Mines Paris et dans l'équipe Inria Quantic

Optimal control strategies for parameter estimation of quantum systems

Quentin ANSEL, Institut UTINAM - Besançon

Etienne DIONIS, Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne - Dijon

Dominique SUGNY, Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne - Dijon

Optimal control theory is an effective tool to improve parameter estimation of quantum systems. Different methods can be employed for the design of the control protocol. They can be based either on Quantum Fisher Information (QFI) maximization or selective control processes. In this talk, I propose to introduce some basic notions concerning these optimization schemes, to describe their similarities, their differences, and their respective advantages. The discussion will be illustrated with the estimation of the parameters of a spin-1/2 system coupled to a bosonic bath. Mathematical and numerical investigations show that the control mechanisms are generally equivalent, except when the decoherence is not negligible or when the experimental setup is not adapted to the QFI. In this latter case, the precision achieved with selective controls can be several orders of magnitude better than that given by the QFI. This presentation is based on [1].

- [1] Q. Ansel, E. Dionis, D. Sugny. *Optimal control strategies for parameter estimation of quantum systems*. SciPost Phys., **16**, 013, 2024. doi :10.21468/SciPostPhys.16.1.013.

Contact : quentin.ansel@univ-fcomte.fr

Optimal control of a Bose-Einstein condensate in an optical lattice

Nathan DUPONT, LCAR, UMR5589, CNRS-UT3 - Toulouse
 Floriane ARROUAS, LCAR, UMR5589, CNRS-UT3 - Toulouse
 Lucas GABARDOS, LCAR, UMR5589, CNRS-UT3 - Toulouse
 Nicolas OMBREDANE, LCAR, UMR5589, CNRS-UT3 - Toulouse
 Juliette BILLY, LCAR, UMR5589, CNRS-UT3 - Toulouse
Bruno PEAUDECERF, LCAR, UMR5589, CNRS-UT3 - Toulouse
 Dominique SUGNY, ICB, UMR6303, CNRS-UBFC - Dijon
 David GUERY-ODELIN, LCAR, UMR5589, CNRS-UT3 - Toulouse

The ever-increasing degree of control in cold atoms experiments has allowed the field to thrive in recent years, in particular as a platform for quantum simulation. Key requirements for quantum simulation are the ability to prepare relevant initial states, engineer model dynamics, and measure the results. The time-modulation of experimental parameters is a very fruitful way to engineer specific dynamics or to improve the preparation of quantum states. To achieve these goals with high accuracy, one can take advantage of optimization techniques, such as optimal control.

I will present our results on applying quantum optimal control to shape the quantum state of Bose-Einstein condensates in a one-dimensional optical lattice. Through an optimised modulation of the lattice position, we can tailor the collective wavefunction of the condensate [1]. Using this tool, we can prepare a variety of translated and squeezed Gaussian states, and superpositions of Gaussian states. Complete reconstruction of the state is performed through a maximum likelihood state tomography, demonstrating an efficient preparation [2]. We thus achieve the preparation of states inaccessible using adiabatic methods. We also investigated how optimal control can stabilize the prepared states stroboscopically, highlighting the existence of a quantum speed limit.

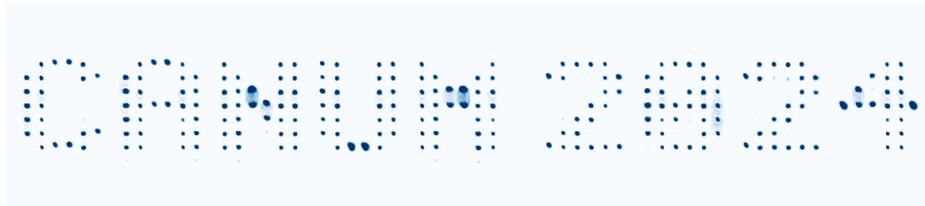


FIGURE 1 – BEC "printer" : each of the columns of this image is a single measurement (absorption image) of the momentum distribution of a Bose-Einstein condensate (BEC) in an optical lattice, taken after optimal preparation of an equal-weight momentum superposition of momentum states from -3 to +3 lattice momentum units.

- [1] N. Dupont, G. Chatelain, L. Gabardos, M. Arnal, J. Billy, B. Peaudecerf, D. Sugny, D. Guéry-Odelin. *Quantum State Control of a Bose-Einstein Condensate in an Optical Lattice*. PRX Quantum, **2**, 040303, 2021.
- [2] N. Dupont, F. Arrouas, L. Gabardos, N. Ombredane, J. Billy, B. Peaudecerf, D. Sugny, D. Guéry-Odelin. *Phase-space distributions of Bose-Einstein condensates in an optical lattice : optimal shaping and reconstruction*. New Journal of Physics, **25**, 013012, 2023.

Contact : bruno.peaudecerf@cnrs.fr

Time-Convolutionless Master Equation Applied to Adiabatic Elimination

Masaaki TOKIEDA, Kyoto University - Kyoto

Angela RIVA, Inria - Paris

In Open Quantum Systems (OQS) theory, where the effective dynamics of a subsystem are described by tracing out environmental degrees of freedom, model reduction techniques become crucial for both conceptual understanding and practical efficiency. In this work, we study the connection between two model reduction methods for systems described by a Lindblad equation. The first is the Time Convolutionless (TCL) master equation, a standard tool in OQS theory used to compute the projected time-evolution. The second is the geometric formulation of Adiabatic Elimination (AE), based on the timescale separation of the dynamics of those quantum systems that exhibit a rapid relaxation to an invariant subspace, followed by a slower relaxation in it. We provide a unified perspective on the two approaches, showing that the TCL master equation offers an alternative formulation to AE. We do so by introducing a conjecture and proving it up to infinite order of the time-scale separation parameter in perturbative calculations. Additionally, we provide practical demonstrations of the TCL projective approach to AE. Our findings have twofold implications : the geometric perspective of AE gives a novel understanding to the TCL master equations, while the latter provides robust solutions to challenges within AE computations.

Contact : angela.riva@inria.fr

Stabilization of a dissipative cat-qubit

Rémi ROBIN, Mines - Paris

A dynamically protected cat-qubit is an open quantum system that stabilizes a two-dimensional subspace (called code space) of a quantum harmonic oscillator and shows very promising robustness to noise. Experimental realizations of cat-qubits rely on reservoir engineering, a method of coupling a high-quality cavity with a dissipative cavity. In this talk, after an introduction to the mathematics of open quantum systems, we will present a generalized LaSalle invariance principle to prove the long-time convergence of a cat-qubit to the code space. This talk is based on a collaboration with Pierre Rouchon and Lev-Arcady Sellem [1]

- [1] R. Robin, P. Rouchon, L.-A. Sellem. *Convergence of bipartite open quantum systems stabilized by reservoir engineering*, 2023. doi :10.48550/arXiv.2311.10037.

Contact : remi.robin@inria.fr

Théorie du contrôle et modélisation pour la mécanique des fluides

Swann MARX, LS2N - Nantes

Clément MOREAU, LS2N - Nantes

Les équations issues de la mécanique des fluides inspirent de nombreux travaux en théorie du contrôle, notamment en interaction fluide-structure appliquée à des problèmes de locomotion et de micro-fluidique. Les équations aux dérivées partielles, souvent non linéaires, qui en découlent soulèvent des questions de caractère bien posé, aussi bien vis-à-vis de leurs solutions que de schémas de résolution numérique. Dans des cas pertinents comme ceux de la locomotion biologique et robotique, on peut voir ces systèmes sous l'angle de la théorie du contrôle : contrôlabilité à zéro ou aux trajectoires, et détermination de trajectoires optimales, ce qui peut nécessiter des étapes de modélisation préalable.

Ce minisymposium propose un tour d'horizon de travaux dans cette thématique, allant de la contrôlabilité des équations d'Euler aux applications du contrôle à la locomotion en régime de Stokes. L'objectif est de favoriser des interactions entre les aspects contrôle et modélisation, et entre des travaux de natures théorique, numérique et appliquée.

Les orateurs et les titres de leurs exposés sont les suivants :

- Frédéric Boyer (LS2N, Nantes) : *Modèle continu pour l'étude de l'ondulation latérale des serpents*
- Vincent Laheurte (IMB, Bordeaux) : *Coût de contrôlabilité de systèmes hyperboliques linéaires*
- Sébastien Martin (MAP5, Paris) : *Modélisation 3D et simulation du transport mucociliaire*
- Swann Marx (LS2N, Nantes) : *Perturbation singulière pour la stabilité des EDPs*

Contact : clement.moreau@ls2n.fr

Modèle continu pour l'étude de l'ondulation latérale des serpents

Frédéric BOYER, Laboratoire des Sciences du Numérique - Nantes
Frédéric BOYER, Laboratoire des Sciences du Numérique - Nantes

Malgré une morphologie externe extrêmement simple, les serpents ont développé des modes de locomotion performants et variés, leur permettant d'être présents dans pratiquement tous les milieux terrestres. Lorsque le substrat est suffisamment stable, le mode de locomotion privilégié est l'ondulation latérale. Dans ce cas, l'animal cherche en permanence à s'appuyer sur les obstacles qui l'entourent afin de produire une force résultante axiale propulsive, tout en préservant son équilibre statique latéral. Sur la base de ce principe, l'animal peut être modélisé par un système multicorps rigide constitué d'unicycles à roues passives, connectés en série par des liaisons actives. Ce modèle, non-holonyme discret a été largement étudié dans la littérature du contrôle, de la mécanique géométrique et de la robotique bioinspirée. Dans cet exposé, nous commencerons par rappeler brièvement les grandes propriétés mécaniques de ce modèle discret, en l'incluant dans le contexte plus général des locomoteurs non-holonomes à roues. Dans un second temps, nous verrons comment ce premier modèle de l'ondulation latérale, peut être naturellement étendu au cas continu, plus fidèle à l'hyper-redondance naturelle des serpents [1]. Pour cela, nous proposerons un modèle du serpent basé sur la théorie des poutres Cosserat, ici pilotées en déformation (courbure en 2D, courbures-torsion en 3D). Nous verrons comment ce modèle « cinéματο-statique » permet de décrire l'ondulation latérale à la fois en 2D et 3D, ainsi que d'inférer un modèle des efforts musculaires internes qu'elle requière (sous la forme de champs de contraintes internes), dans différentes conditions de contacts.

- [1] F. Boyer, S. Ali, M. Porez. *Macro-continuous dynamics for hyper-redundant robots : Application to kinematic locomotion bioinspired by elongated body animals*. IEEE Transactions on Robotics, **28(2)**, 2012.

Contact : frederic.boyer@imt-atlantique.fr

Coût de contrôlabilité des systèmes hyperboliques linéaires

Roberta BIANCHINI, IAC Mauro Picone - CNR - Rome

Vincent LAHEURTE, Institut de Mathématiques de Bordeaux - Bordeaux

Franck SUEUR, Institut de Mathématiques de Bordeaux - Bordeaux

Cet exposé porte sur la question de la contrôlabilité de systèmes hyperboliques linéaires du premier ordre, et en particulier sur son coût. La théorie du contrôle sur les EDOs est bien établie, et fournit entre autres une condition algébrique de contrôlabilité, portant sur une matrice appelée Gramienne de contrôle.

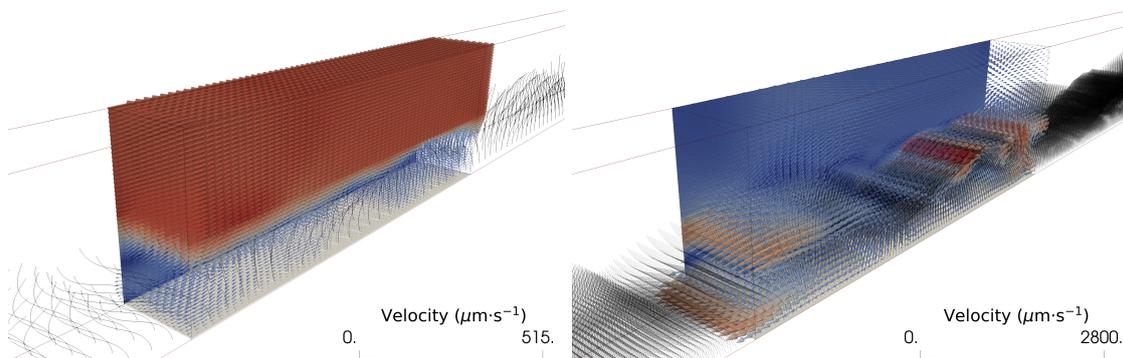
Le but de cet exposé est de présenter une nouvelle approche robuste, inspirée de la méthode des multiplicateurs de Komornik, qui permet de généraliser cette condition algébrique à une classe plus vaste de systèmes. On s'intéressera en particulier à certains systèmes de transport, et à l'étude en hautes fréquences de systèmes constamment hyperboliques. Une analyse plus fine est permise pour des données initiales localisées.

Contact : vincent.laheurte@math.u-bordeaux.fr

Modélisation 3D et simulation du transport mucociliaire

Astrid DECOENE, IMB - Bordeaux Sébastien MARTIN, MAP5 - Paris
Chabane MEZIANE, LMO - Orsay

Nous proposons une hiérarchie de modèles mathématiques pour la simulation numérique de structures fines actives dans un fluide visqueux et son application à la clairance mucociliaire. Notre objectif est de simuler de grandes forêts de cils et d'analyser les dynamiques collectives qui émergent dans l'écoulement, ainsi que leur impact sur l'efficacité du transport mucociliaire. Dans un modèle 3D, nous décrivons les cils individuellement et étudions leurs actions conjointes sur le fluide. Le modèle est construit sur **i.)** une paramétrisation du mouvement prescrit des cils [3], incluant l'onde métachronale qui traverse la forêt, **ii.)** des forces hydrodynamiques évaluées par la *slender body theory* [1, 5] associées à la représentation 1D des cils [4], **iii.)** la persistance de la structure bifluide par un mécanisme de tension superficielle entre la couche périciliaire et le mucus. Il en résulte un problème de Stokes 3D *non local* avec des termes source *singuliers*, en raison de l'action des cils 1D sur le fluide. À partir du modèle 3D, nous justifions également un modèle 1D moyenné en espace, décrivant la dynamique de la vitesse moyenne du mucus propulsé par les cils, permettant ainsi des coûts de calcul inférieurs tout en fournissant une caractérisation utile de l'efficacité du transport. Les propriétés mathématiques des modèles (existence et unicité de solutions dans des espaces fonctionnels appropriés) sont analysées. Des simulations numériques mettent en évidence l'influence de paramètres critiques sur l'efficacité du transport mucociliaire dans le cas de forêts denses de cils.



Écoulements générés par une forêt clairsemée ou dense de cils.

Références

- [1] R.G. Cox, *The motion of long slender bodies in a viscous fluid. Part 1. General theory*, J. Fluid Mech., 44:791-810, 1970
- [2] A. Decoene, S. Martin, C. Meziane, *3D simulation of active thin structures in a viscous fluid and application to mucociliary transport*, <https://hal.science/hal-04263010/> 1923
- [3] G.R. Fulford, J.R. Blake, *Muco-ciliary transport in the lung*, J. Theor. Biol., 121(4):381-402, 1986
- [4] L. Lacouture, *Modélisation et simulation du mouvement de structures fines dans un fluide visqueux : application au transport mucociliaire*, Thèse de doctorat de l'université Paris-Sud, 2016.
- [5] Y. Mori, L. Ohm, D. Spirn, *Theoretical justification and error analysis for slender body theory*, Comm. Pure Appl. Math., 73(6):1245-1314, 2020.

Contact : sebastien.martin@u-paris.fr

La méthode de perturbation singulière pour l'analyse de stabilité de systèmes de dimension infinie

Swann MARX, LS2N - Nantes

Cet exposé porte sur l'étude de stabilité asymptotique de systèmes comportant des échelles de temps distinctes et impliquant notamment des équations aux dérivées partielles. On dit de ces systèmes qu'ils admettent des **perturbations singulières**. La méthode de la perturbation singulière consiste à découpler ce systèmes en deux sous-systèmes, un système rapide et un système lent, et réduit l'analyse du système complet à l'analyse des sous-systèmes (sous réserve que le système rapide est suffisamment "rapide"). En théorie du contrôle, le thème n'est pas neuf, et a été surtout développé dans les années 90 pour les systèmes de dimension finie non-linéaires, mais il reste encore beaucoup à faire en dimension infinie. En effet, en 2017, un contre-exemple à la méthode des perturbation singulières a été fourni pour le couplage d'une équation de transport et d'une équation aux dérivées ordinaires. Nous montrerons dans cet exposé quelles sont les situations où la méthode des perturbations singulières s'applique, et pourquoi cette dernière échoue pour certains systèmes.

Contact : swann.marx@ls2n.fr

Apprentissage automatique et par renforcement pour des divers problèmes inverses

Christophe SAINT-JEAN, MIA - La Rochelle

Medhi TEKITEK, MIA - La Rochelle

Le domaine des mathématiques appliquées est en pleine mutation avec l'émergence de nouvelles techniques issues du machine learning (apprentissage automatique) et de l'apprentissage par renforcement. Ces techniques offrent de nouvelles perspectives pour résoudre des problèmes complexes, notamment dans les domaines suivants :

- Problèmes inverses en EDP : identification de paramètres inconnus dans des modèles mathématiques à partir de données expérimentales.
- Problèmes de contrôle : optimisation du comportement de systèmes dynamiques complexes.

Ce mini-symposium se distingue des symposiums sur les PINNs (Physics-Informed Neural Networks) par son approche plus large, qui englobe l'apprentissage par renforcement et d'autres techniques de machine learning. L'accent sera mis sur l'utilisation de ces techniques pour obtenir une intuition d'une solution, un paramétrage d'un modèle Lattice Boltzmann sur réseaux guidé par les données.

Les orateurs sont :

- Kala Abgo Bidi, *Mosquito population Feedback Control with Deep Reinforcement Learning* [1]
- Souleymane Kadri Harouna, *Apprentissage par renforcement pour le contrôle numérique d'équations paraboliques* [2]
- Jean-Christophe Loiseau, *A whirlwind tour of SINDy* [4]
- Medhi Tekitek, *Stabilité numérique d'un schéma (MRT) de Boltzmann sur réseau. Comment trouver des paramètres de relaxation stables ?* [3]

- [1] K. Agbo Bidi, J.-M. Coron, A. Hayat, N. Lichtlé. *Reinforcement Learning in Control Theory : A New Approach to Mathematical Problem Solving*. In *3rd Workshop on Mathematical Reasoning and AI at NeurIPS'23*. New Orleans (LA), United States, 2023.
- [2] K. Ammari, G. B. Mufti, S. Kadri Harouna. *Numerical control of heat and wave equations with reinforcement learning*. <https://hal.science/hal-04452366>.
- [3] F. Dubois, C. Saint-Jean, M. M. Tekitek. *Nonlinear stability of lattice boltzmann scheme for under-resolved simulation using global optimization*, 2024. En révision mineure à *Discrete and Continuous Dynamical Systems (DCDS)*.
- [4] B. M. de Silva, K. Champion, M. Quade, J.-C. Loiseau, J. N. Kutz, S. L. Brunton. *Pysindy : A python package for the sparse identification of nonlinear dynamical systems from data*. *Journal of Open Source Software*, **5(49)**, 2104, 2020.

Contact : christophe.saint-jean@univ-lr

Mosquito population Feedback Control with Deep Reinforcement Learning

Kala AGBO BIDI, LJLL - Paris

While the Sterile Insect Technique (SIT) has traditionally been used in agriculture and is currently a method for controlling vector-borne diseases transmitted by mosquitoes, the practical implementation of feedback controls derived from classical control theory (see [1]) is limited by the need for continuous and often impractical measurements. Finding a feedback control that ensures the global stability of the system with only practical measurements is a complicated mathematical problem. To overcome this, our approach focuses on utilizing deep reinforcement learning (RL) to suggest and construct feedback laws that only depend on these measurements, namely the adult mosquito population, which can be measured using pheromone traps.

Many dynamical systems arising from practical applications are subject to measurement constraints, which render the stabilization problem complex from a mathematical perspective. We believe that this approach could help in finding new solutions to these problems.

This is a joint work with **Jean-Michel Coron**, **Amaury Hayat** and **Nathan Lichtlé** [2].

[1] K. Agbo Bidi, L. Almeida, J.-M. Coron. *Global stabilization of sterile insect technique model by feedback laws*. arXiv e-prints, pp. arXiv-2307, 2023.

[2] K. A. Bidi, J.-M. Coron, A. Hayat, N. Lichtlé. *Reinforcement learning in control theory : A new approach to mathematical problem solving*. arXiv preprint arXiv :2310.13072, 2023.

Contact : kala.agbo_bidi@sorbonne-universite.fr

Apprentissage par renforcement pour le contrôle numérique d'équations paraboliques

Souleymane KADRI HAROUNA, MIA - La Rochelle

Kaïs AMMARI, LR-ACPDE - Monastir, Tunisia.

Ghazi BEL MUFTI, ESSAIT - Carthage, Tunisia.

La présentation porte sur l'utilisation de l'apprentissage par renforcement pour le contrôle numérique d'équations aux dérivées partielles de type parabolique. On étudiera en particulier l'équation de la chaleur. Une fois le modèle discrétisé sur une base d'ondelettes, nous montrons comment construire un algorithme permettant de contrôler ou de stabiliser le système résultant à l'aide d'une approche Q-learning. Notre approche utilise une régularisation LQR [2] qui permet de définir de manière exacte l'action (terme source) et les récompenses de l'agent sans utilisation a priori de base de données. L'adaptation de notre méthode aux cas hyperboliques est immédiate [1] et des expériences numériques démontrent la convergence et l'efficacité de l'approche proposée.

[1] K. Ammari, G. Bel-Mufti, S. Kadri-Harouna. *Numerical control of the heat and wave equations with reinforcement learning*. hal-04452366v1, 2024.

[2] S. J. Bradtko. *Reinforcement learning applied to linear quadratic regulation*. NIPS'92, November : 295–302, 1992.

Contact : souleymane.kadri_harouna@univ-lr.fr

A whirlwind tour of SINDy

Jean-Christophe LOISEAU, DynFluid, Arts & Métiers - Paris

Identifying reduced-order models from data is a central challenge in mathematical physics, with a rich history of developments in fluid dynamics. The form of the dynamics is typically either constrained via prior knowledge, as in Galerkin projection, or a particular model structure is chosen heuristically and parameters are optimized to match the data. Simultaneous identification of the model structure and parameters from data is considerably more challenging as there are combinatorially many possible model structures. For such tasks, the *Sparse Identification of Nonlinear Dynamics* (SINDy) [1] methodology has gained a lot of traction over the past decade.

SINDy bypasses the intractable combinatorial search through all possible model structures, leveraging the fact that many systems may be modelled by dynamics \mathbf{f} that is sparse in the space of possible right-hand side functions :

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}),$$

where $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ is the state vector of the system. Expanding the unknown function \mathbf{f} in a suitable basis, i.e. $\mathbf{f}(x) = \sum_{i=0}^m \varphi_i(\mathbf{x})\alpha_i$, it is then possible to solve for the relevant terms that are active in the dynamics using various convex relaxations of the following optimization problem

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \quad \|\boldsymbol{\alpha}\|_0 \\ & \text{subject to} \quad \int_0^T \left(\dot{\mathbf{x}} - \sum_{i=0}^m \varphi_i(\mathbf{x})\alpha_i \right)^2 dt \leq \varepsilon, \end{aligned}$$

where $\|\boldsymbol{\alpha}\|_0$ denotes the ℓ_0 pseudo-norm (or cardinality), i.e. the number of non-zero elements in $\boldsymbol{\alpha}$.

In this talk, we will give a whirlwind tour of the SINDy ecosystem. Starting with the identification of simple nonlinear ordinary differential equations, we will illustrate how the basic SINDy methodology can be extended to enforce known symmetries or guaranteed stability, identify dynamics defined by rational functions or stochastic differential equations, and extend it with uncertainty quantification capabilities. We will also discuss the advantages and limitations of the various variants of SINDy as well as illustrate its use on increasingly complicated systems, from simple nonlinear oscillators to reduced-order models of quasi-periodic and chaotic two-dimensional flows. All the examples presented during the talk will be accompanied by **Jupyter Notebooks** using the **pySINDy** library [3, 2], an open-source python package providing state-of-the-art implementations of the various SINDy flavours.

- [1] S. L. Brunton, J. L. Proctor, J. N. Kutz. *Discovering governing equations from data by sparse identification of nonlinear dynamical systems*. Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A., **113(15)**, 3932–3937, 2016.
- [2] A. A. Kaptanoglu, B. M. de Silva, U. Fasel, K. Kaheman, A. J. Goldschmidt, J. Callahan, C. B. Delahunt, Z. G. Nicolaou, K. Champion, J.-C. Loiseau, J. N. Kutz, S. L. Brunton. *PySINDy : A comprehensive Python package for robust sparse system identification*. Journal of Open Source Software, **7(69)**, 3994, 2022.
- [3] B. M. de Silva, K. Champion, M. Quade, J.-C. Loiseau, J. N. Kutz, S. L. Brunton. *PySINDy : A Python package for the sparse identification of nonlinear dynamical systems from data*. Journal of Open Source Software, **5(49)**, 2104, 2020.

Contact : jean-christophe.loiseau@ensam.eu

Stabilité numérique d'un schéma (MRT) de Boltzmann sur réseau Comment trouver des paramètres de relaxation stables ?

François DUBOIS, LMSSC, CNAM - Paris
Christophe SAINT-JEAN, MIA - La Rochelle
Mohamed Madhi TEKITEK, MIA - La Rochelle

Cet exposé traite la stabilité numérique du schéma de Boltzmann en réseau (LB) bidimensionnel pour les écoulements non linéaires. Alors que le schéma BGK (à temps de relaxation unique) est connu pour sa simplicité, il peut être instable pour des écoulements complexes.

En revanche, le schéma LB avec plusieurs temps de relaxation (MRT) offre une plus grande stabilité pour de tels problèmes non linéaires. Cependant, les méthodes traditionnelles d'analyse de stabilité comme l'analyse locale de von Neumann sont limitées au cas linéaire.

Ici, nous examinons la stabilité d'un cas test non linéaire spécifique avec une viscosité fixe. Nous utilisons un arbre de décision, une technique d'apprentissage automatique appréciée pour son interprétabilité, pour explorer et caractériser la zone de stabilité pour les paramètres de relaxation libres. Pour approfondir l'étude, une méthode d'optimisation globale simple est utilisée pour identifier un ensemble de paramètres de relaxation stables pour divers cas tests (Doubly shear layer [1], Taylor Green, Cavité entraînée).

Notamment, cette méthode permet de découvrir des ensembles de paramètres LB stables et non triviaux pour le cas non linéaire. Enfin, pour évaluer la stabilité numérique ou son instabilité avec ces paramètres non triviaux, une analyse de stabilité globale est menée sur l'ensemble du réseau, englobant les conditions aux limites du schéma linéarisé.

Pour cet exposé, nous traiterons également de son extension au cas tridimensionnel.

Références

- [1] M. L. Minion, D. L. Brown Performance of Under-resolved Two-Dimensional Incompressible Flow Simulations, II *Journal of Computational Physics*, **138**, 1997, 734-765

Transport optimal et applications

Luca NENNA, LMO - Orsay

L'objectif de ce mini-symposium est de rassembler des experts de la théorie du transport optimal et du calcul des variations, en mettant l'accent sur les méthodes numériques pour le transport optimal et certains problèmes variationnels associés.

Orateurs :

Luigi De Pascale (Université de Florence)

Max Laborde (LJLL, Université Paris-Cité)

Andrea Natale (INRIA-Lille)

Paul Pegon (CEREMADE, Université Paris-Dauphine)

Contact : luca.nenna@universite-paris-saclay.fr

A minimalist approach to entropic approximations of optimal transport problems

Camilla BRIZZI, Technische Universität München, Department of Mathematics - München

Luigi DE PASCALE, Università di Firenze, Dipartimento di Matematica ed Informatica - Firenze

Anna KAUSAMO, Università di Firenze, Dipartimento di Matematica ed Informatica - Firenze

In this talk I will present a minimalist approach to the entropic approximations of optimal transport problems. This approach seems to allow some small generalisation, in the direction of requiring less regularity of the pointwise transport cost, From a paper in preparation.

Contact : luigi.depascale@unifi.it

Stability of Schrödinger potentials and application to PDEs

Maxime LABORDE, LJLL - Université Paris Cité

The function that maps a family of probability measures to the solution of the dual entropic optimal transport problem is known as the Schrödinger map. We prove that when the cost function is \mathcal{C}^{k+1} with $k \in \mathbb{N}^*$ then this map is Lipschitz continuous from the L^2 -Wasserstein space to the space of \mathcal{C}^k functions. Our result holds on compact domains and covers the multi-marginal case. As applications, we prove displacement smoothness of the entropic optimal transport cost and the well-posedness of certain Wasserstein gradient flows involving this functional, including multi-species system, and exponential convergence to the equilibrium. This work is in collaboration with G. Carlier and L. Chizat.

Contact : laborde@math.univ-paris-diderot.fr

Extrapolation in the Wasserstein space

Thomas GALLOUËT, Inria, Université Paris Saclay - Orsay
Andrea NATALE, Inria, Université de Lille - Villeneuve d'Ascq
Gabriele TODESCHI, LIGM, Université Gustave Eiffel - Marne-la-Vallée

Given two probability measures ν_0 and ν_1 on \mathbb{R}^d with bounded second moments, there always exists a length-minimizing geodesic connecting the two with respect to the L^2 Wasserstein metric. This gives a natural notion of interpolation between the two measures. In general, however, it is not possible to extend such geodesics while keeping them length minimising, since particles may collide just after reaching the arrival measure. In this talk, we will consider a variational problem that provides a possible notion of geodesic extension and which is given by

$$\inf_{\mu \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}^d)} \left\{ \frac{W_2^2(\mu, \nu_1)}{2(t-1)} - \frac{W_2^2(\mu, \nu_0)}{2t} \right\}, \quad (\mathcal{P})$$

where $t > 1$. This was used by the authors in [1] in order to construct a second order consistent discretization of Wasserstein gradient flows. We will present several different equivalent formulations of problem (\mathcal{P}) , and a convergent numerical approach to compute its solutions.

- [1] T. Gallouët, A. Natale, G. Todeschi. *From geodesic extrapolation to a variational BDF2 scheme for Wasserstein gradient flows*. Mathematics of Computation, 2024.

Contact : andrea.inria@inria.fr

Convergence rate of entropy-regularized multi-marginal optimal transport costs

Luca NENNA, LMO - Orsay

Paul PEGON, CEREMADE - Paris

We investigate the convergence rate of multi-marginal optimal transport costs that are regularized with the Boltzmann-Shannon entropy, as the noise parameter ε tends to 0. We establish lower and upper bounds on the difference with the unregularized cost of the form $C\varepsilon \log(1/\varepsilon) + O(\varepsilon)$ for some explicit dimensional constants C depending on the marginals and on the ground cost, but not on the optimal transport plans themselves. Upper bounds are obtained for Lipschitz costs or semi-concave costs (for a finer estimate), and lower bounds for C^2 costs satisfying some signature condition on the mixed second derivatives that may include degenerate costs, thus generalizing results previously obtained with Carlier and Tamanini [1], and by Eckstein and Nutz [2]. We obtain in particular matching bounds in some typical situations where the optimal plan is deterministic, like in the case of Wasserstein barycenters. This is a joint work with Luca Nenna [3].

- [1] G. Carlier, P. Pegon, L. Tamanini. *Convergence rate of general entropic optimal transport costs*. Calculus of Variations and Partial Differential Equations, **62**(4), 116, 2023. doi :10.1007/s00526-023-02455-0.
- [2] S. Eckstein, M. Nutz. *Convergence Rates for Regularized Optimal Transport via Quantization*. Mathematics of Operations Research, 2023. doi :10.1287/moor.2022.0245.
- [3] L. Nenna, P. Pegon. *Convergence rate of entropy-regularized multi-marginal optimal transport costs*. Canadian Journal of Mathematics, pp. 1–22, 2024. doi :10.4153/S0008414X24000257.

Contact : pegon@ceremade.dauphine.fr

MINI SYMPOSIUM : BOUNDARY CONDITIONS FOR WATER WAVES PROBLEMS - THEORETICAL AND NUMERICAL ISSUES

Arnaud DURAN^{1,2}, Institut Camille Jordan & Institut Universitaire de France - Lyon
Pascal NOBLE³, INSA & Institut de Mathématiques de Toulouse - Toulouse

¹ Institut Camille Jordan, Université Claude Bernard Lyon 1
43 boulevard du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne Cedex
arnaud.duran@math.univ-lyon1.fr

² Institut Universitaire de France

³ Institut de Mathématiques de Toulouse, INSA Toulouse
Département Génie Mathématiques et Modélisation
135, avenue de Rangueil, 31077 Toulouse Cedex 4
noble@insa-toulouse.fr

Mots-clés : conditions aux limites, écoulements à surface libre, équations hyperboliques, problèmes dispersifs, stabilité numérique.

De manière générale, le problème des conditions aux limites en domaines bornés est un élément central dans la mise en oeuvre de modèles numériques fonctionnels en configurations réalistes. Dans le cas des équations des vagues, et plus globalement en modélisation à surface libre, l'enjeu se porte généralement sur l'analyse et le développement de méthodes spécifiques aux équations hyperboliques et dispersives. Outre la nécessité de mettre en place des conditions aux limites transparentes et/ou absorbantes pour gérer la génération ou la réflexion des vagues, un volet important concerne aussi l'étude de problèmes de transmission et de couplage liés aux domaines d'applicabilité des différents modèles. En dépit des progrès constants dans le domaine, ces problématiques, pourtant cruciales d'un point de vue pratique, sont encore aujourd'hui loin d'être totalement saisies dans un cadre général, et mobilisent toujours d'intenses efforts dans la communauté scientifique.

Dans ce contexte, une compréhension fine des problèmes dans des cadres simplifiés (problèmes à une dimension d'espace, modèles linéarisés ou faiblement non-linéaires) constitue un préalable essentiel ; de nombreuses avancées ont récemment été réalisées dans ce sens, à la fois sur les aspects théoriques et numériques. Ce mini-symposium a pour but de faire un point sur l'état de l'art des méthodes les plus avancées dans le domaine, en mettant en avant jeunes chercheuses et jeunes chercheurs. Les contributions couvriront un spectre assez large de spécialités (modélisation, analyse théorique et numérique).

Orateurs et oratrices confirmés :

- Martin Parisot, INIRA Bordeaux.
- Lucas Coeuret, Université de Toulouse.
- Maria Kazakova, Université Savoie Mont-Blanc.
- Mathieu Rigal, Université de Bordeaux.

Contact : arnaud.duran@math.univ-lyon1.fr

Stability of discrete shock profiles for systems of conservation laws

Lucas COEURET, Institut de Mathématiques de Toulouse - Toulouse

This talk deals with the stability analysis of discrete shock profiles for systems of conservation laws. These profiles correspond to approximations of discontinuous traveling waves by conservative finite difference schemes. Such discontinuous solutions appear naturally in the study of conservation law systems, which can model many physical situations, such as gas dynamics. Existence and stability of discrete shock profiles for each stable shock of the approximated system of conservation laws is seen as an improved consistency condition and implies that the finite difference scheme should approach discontinuities fairly precisely.

The aim of the talk will be to review some stability results regarding discrete shock profiles and to present a recent effort to extend them. More precisely, most results known up until recently are focused on the stability of discrete shock profiles associated with shocks of small amplitude. The talk will focus on a nonlinear stability result for discrete shock profiles in quite a general setting, where the smallness assumption on the shock's amplitude is replaced by a spectral stability assumption on the linear operator obtained by linearizing the numerical scheme about the discrete shock profile. This nonlinear stability result relies on a precise description of the Green's function of the linearization about discrete profiles presented in [1].

Références

- [1] L. Coeuret, *Linear stability of discrete shock profiles for systems of conservation laws*, ArXiv : <https://arxiv.org/abs/2311.02507> (2023)

Contact : lucas.coeuret@math.univ-toulouse.fr

Couches absorbantes parfaitement adaptées (PML) pour les modèles dispersifs-hyperboliques des vagues

Christophe BESSE, IMT, UMR5219, CNRS, UPS - Toulouse

Maria KAZAKOVA, LAMA, UMR5127, USMB - Chambéry

Sergey GAVRILYUK, IUSTI, UMR 7343, CNRS-Aix Marseille Université - Marseille

Pascal NOBLE, IMT, UMR5219, CNRS, INSA IMT - Toulouse

Les conditions aux limites absorbantes sont essentielles pour simuler la propagation des ondes sans réflexions artificielles. Dans cet exposé, je présenterai une analyse de la méthode des couches parfaitement adaptées (Perfectly Matched Layers, ou PML) pour différentes équations hyperboliques-dispersives, en commençant par l'exemple modèle de l'équation de KdV linéarisée.

La stabilité de la méthode n'est pas toujours garantie, l'obstruction principale étant la condition classique sur les vitesses de phase (v_φ) et de groupe (v_g)

$$v_g(k)v_\varphi(k) \geq 0,$$

que nous retrouvons dans notre analyse.

J'introduirai ensuite un système hyperbolique avec un terme source qui est une approximation des équations de Korteweg-de Vries ; dans ce cas, l'analyse montre que la méthode PML présente encore un défaut de stabilité dans certaines situations. Enfin, je considérerai le système BBM-Boussinesq qui modélise les vagues bidirectionnelles à la surface d'une couche de fluide non visqueux. Les propriétés dispersives de ce modèle physiquement pertinent conviennent mieux aux techniques PML ; nous montrons que les équations PML sont toujours stables dans ce cas. Nous illustrons numériquement les propriétés absorbantes et de stabilité de ces modèles PML.

Contact : maria.kazakova@univ-smb.fr

Conditions limites théoriques et pratiques basées sur la structure de projection des équations de Green-Naghdi

Martin PARISOT, Inria, Cardamom - Bordeaux

Ce travail se concentre sur l'étude du modèle de Green-Naghdi, un modèle réduit pour les problèmes des water waves. À ce jour, il n'existe pas de théorie générale permettant de traiter efficacement les conditions limites pour les problèmes de type dispersif, comme celui du modèle de Green-Naghdi. Nous observons que, sur un domaine infini, ce modèle présente une propriété d'orthogonalité, suggérant de chercher la solution dans un sous-espace vectoriel. Cette observation rappelle le modèle d'Euler incompressible, où les solutions sont recherchées dans l'ensemble des fonctions à divergence nulle, permettant ainsi de proposer un schéma entropiquement stable [2]. Dans ce travail [1], une classe de conditions limites homogènes et non-homogènes, est proposée, préservant la propriété d'orthogonalité sur un domaine borné. Ces conditions limites permettent notamment d'imposer le débit ou de pression sur le bord, et permettent également de traiter les fronts secs.

Néanmoins, la mise en pratique de ces conditions limites semble complexe dans un cadre applicatif. En particulier, elle nécessite plus de données que ce qui est imposée à un modèle hyperbolique de Saint-Venant, et ces données ne sont pas toujours accessibles en pratique. En utilisant la structure de projection des équations, une seconde stratégie pour imposer les conditions limites est proposée, basée sur le couplage du modèle de Green-Naghdi avec le modèle de Saint-Venant [3]. Cette approche permet d'imposer de manière simple des signaux en fonction du temps ainsi que des frontières ouvertes.

- [1] S. Noelle, M. Parisot, T. Tscherpel. *A class of boundary conditions for time-discrete Green-Naghdi equations with bathymetry*. SIAM Journal on Numerical Analysis, 2022.
- [2] M. Parisot. *Entropy-satisfying scheme for a hierarchy of dispersive reduced models of free surface flow*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, **91(10)**, 509–531, 2019. doi : 10.1002/fld.4766.
- [3] M. Parisot. *Thick interfaces coupling technique for weakly dispersive models of waves*, 2024. Working paper or preprint.

Contact : martin.parisot@inria.fr

Conditions aux bords générales pour le modèle de Boussinesq-Abbott avec fond variable

David LANNES, Institut de Mathématiques de Bordeaux - Talence
Mathieu RIGAL, Institut de Mathématiques de Bordeaux - Talence

En milieu littoral, les mécanismes de formation des vagues extrêmes demeurent relativement mal compris, et ce malgré leur fort impact socio-économique. Afin de modéliser ces phénomènes, il est particulièrement important de tenir compte des effets non linéaires et dispersifs, ce qui fait du modèle de Boussinesq-Abbott un choix pertinent. La présence de dérivées d'ordre élevé rend cependant problématique la bonne gestion des conditions aux bords, pourtant cruciale si l'on souhaite générer et évacuer des vagues du domaine de calcul. Afin de lever cette difficulté, une reformulation équivalente de ce modèle a été récemment proposée dans la littérature [1] pour le cas d'un fond plat. Cette réécriture consiste à se débarrasser de l'opérateur dispersif en échange d'un flux non local et d'une couche limite dispersive, et permet de prescrire efficacement l'élévation de la surface libre aux bords du domaine. L'objectif de ce travail est d'étendre cette approche au cas d'un fond variable, tout en donnant la possibilité d'imposer des conditions aux bords plus générales. Une fois la formulation non locale du modèle établie, des schémas d'ordre 1 et 2 sont proposés puis validés par des expériences numériques. L'impact de différentes conditions aux bords sur les solutions est également étudié.

- [1] D. Lannes, L. Weynans. *Generating boundary conditions for a boussinesq system*. *Nonlinearity*, **33(12)**, 6868–6889, 2020. doi :10.1088/1361-6544/abaa9e.

Contact : mathieu.rigal@math.u-bordeaux.fr

Contrôle constructif : méthodes et applications

Christophe ZHANG, Inria - Nancy

Ce minisymposium visera à présenter des travaux récents sur le contrôle, le contrôle optimal, et la stabilisation de systèmes de contrôle linéaires, en dimensions finie et infinie. On s'intéresse en particulier au caractère constructif des résultats. Les exposés porteront d'une part sur le développement de méthodes constructives, voire certifiantes, d'autre part sur des applications (étude d'atteignabilité, traitements neurologiques).

Pour le contrôle en boucle ouverte, seront mises en avant des approches permettant d'approcher des contrôles numériquement, voire d'en donner une expression analytique. Celles-ci peuvent notamment s'appuyer sur des méthodes d'optimisation. En boucle fermée, l'obtention d'une loi de rétroaction explicite permet ensuite de la modifier pour tenir compte des incertitudes du modèle, ainsi que de temps de latence dans la réponse du système.

Les orateurs de ce minisymposium seront, dans l'ordre :

- Michel Duprez, CR INRIA, équipe MIMESIS, INRIA Strasbourg.
- Ivan Hasenohr, doctorant, MAP5, Université Paris Cité
- Camille Pouchol, maître de conférences, MAP5, Université Paris Cité
- Guillaume Olive, maître de conférences, Jagiellonian University, Krakow

Contact : christophe.zhang@inria.fr

Closed-loop neurostimulation for the treatment of schizophrenia

Michel DUPREZ, Inria - Strasbourg **Axel HUTT**, Inria - Strasbourg
Thomas WAHL, Inria - Strasbourg

Mental disorders are among the top most demanding challenges in world-wide health. A large number of mental disorders exhibit pathological rhythms, which serve as the disorders characteristic biomarkers. Neurostimulation techniques have been developed to target these pathological rhythms and provide therapeutic interventions. However, current neurostimulation protocols often rely on open-loop approaches, where the stimulation parameters are predefined and independent of the patient's real-time brain state. In our work [1], we propose a novel fully adaptive closed-loop neurostimulation setup that dynamically adjusts the power spectral density (PSD) of brain activities based on a user-defined PSD. Our approach utilizes a non-parametric brain model estimated from observed data and considers conduction delays in the feedback loop between brain activity measurement and stimulation. We specifically focus on pathological alpha and gamma rhythms associated with psychosis and demonstrate the effectiveness of our method through numerical simulations of neural population and cortico-thalamic loop models. Our findings highlight the potential of closed-loop neurostimulation in improving the treatment of mental disorders by precisely modulating brain activity patterns.

- [1] T. Wahl, J. Riedinger, M. Duprez, A. Hutt. *Delayed closed-loop neurostimulation for the treatment of pathological brain rhythms in mental disorders : a computational study*. Frontiers in Neuroscience, 2023. doi :10.3389/fnins.2023.1183670.

Contact : michel.duprez@inria.fr

Preuves assistées par ordinateur de non-atteignabilité pour des systèmes de contrôle linéaires

Ivan HASENOHR, MAP5 - Paris Camille POUCHOL, MAP5 - Paris
 Yannick PRIVAT, IUF, Université de Lorraine - Nancy
 Christophe ZHANG, Université de Lorraine - Nancy

On s'intéresse à un problème de contrôle linéaire autonome sous contraintes : pour un temps $T > 0$ fixé, \mathcal{U} un ensemble compact de contraintes, et le système contrôlé suivant :

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = Ay(t) + Bu(t) & \forall t \in [0, T] \\ y(0) = y_0 \\ u(t) \in \mathcal{U} & \forall t \in [0, T]. \end{cases}$$

Au temps final, la formule de Duhamel permet la réécriture de la solution de ce système sous la forme :

$$y(T; u) = S_T y_0 + L_T u,$$

où S_T désigne le semi-groupe associé à l'opérateur A et L_T l'opérateur entrée-sortie. Dans ce contexte, un problème classique est de vouloir prouver qu'aucun contrôle satisfaisant les contraintes mène le système vers un ensemble convexe d'états dangereux \mathcal{Y}_f , i.e. que

$$\forall u \in L^2(0, T; \mathcal{U}), \quad y(T; u) \notin \mathcal{Y}_f$$

Le contrôle prenant des valeurs bornées, le système n'est pas contrôlable, et de plus, l'ensemble atteignable est rarement connu explicitement. Pour vérifier la non-atteignabilité de \mathcal{Y}_f , nous développons une méthode numérique produisant, s'il existe, un hyperplan séparant l'ensemble atteignable de \mathcal{Y}_f . Cette méthode s'appuie sur la minimisation de la fonctionnelle

$$J(p_f) = \int_0^T \sigma_{\mathcal{U}}(L_T^* p_f(t)) dt + \sigma_{\mathcal{Y}_f}(-p_f) + \langle y_0, S_T^* p_f \rangle,$$

où $\sigma_{\mathcal{E}} : p_f \mapsto \sup_{x \in \mathcal{E}} \langle x, p_f \rangle$ désigne la fonction support d'un ensemble \mathcal{E} . On prouve alors que

$$\mathcal{Y}_f \text{ n'est pas atteignable si et seulement si } \exists p_f, \quad J(p_f) < 0.$$

La minimisation de cette fonctionnelle requiert, sauf dans des cas très spécifiques, sa discrétisation. La mise en place d'un schéma de preuve assistée par ordinateur nécessite donc le calcul de bornes d'erreurs totalement explicites, que nous fournissons dans plusieurs cas d'étude, ainsi qu'un contrôle des erreurs d'arrondis via de l'arithmétique d'intervalles, gérée par le logiciel INTLAB [2].

Les résultats présentés sont majoritairement issus de l'article en prépublication [1].

- [1] I. Hasenohr, C. Pouchol, Y. Privat, C. Zhang. *Computer-assisted proofs of non-reachability for linear finite-dimensional control systems*. (hal-04523794), 2024.
 [2] S. M. Rump. *Intlab—interval laboratory*. In *Developments in reliable computing*, pp. 77–104. Springer, 1999.

Contact : ivan.hasenohr@math.cnrs.fr

Atteignabilité constructive pour les problèmes de contrôle linéaires sous contraintes de parcimonie

Camille POUCHOL, MAP5, Université Paris Cité - Paris

Emmanuel TRÉLAT, LJLL, Sorbonne Université - Paris

Christophe ZHANG, INRIA Nancy - Nancy

Je présenterai des travaux en cours visant à développer une méthodologie générale, constructive, pour le contrôle d'EDP linéaires sous contraintes non bornées, coniques [1]. Celle-ci peut-être vue comme une généralisation de la méthode HUM. L'approche consiste dans un premier temps à relaxer le problème s'il n'est pas convexe, puis à formuler le problème d'atteignabilité (approché ou exact) sous la forme d'un problème d'optimisation, via une fonction de coût idoine. Grâce au théorème de Fenchel-Rockafellar, l'analyse se transporte alors sur un problème dual, plus agréable à manipuler. Je présenterai les conditions nécessaires et suffisantes d'atteignabilité (sous contraintes coniques convexes) qui en résultent. En fonction du temps disponible, j'expliquerai comment appliquer la méthode

- au contrôle parcimonieux en dimension finie,
- au contrôle (approché) d'équations paraboliques par des *formes*, obtenant les résultats de [2].

[1] C. Pouchol, E. Trélat, C. Zhang. *Constructive reachability for linear control problems under conic constraints*. En préparation.

[2] C. Pouchol, E. Trélat, C. Zhang. *Approximate control of parabolic equations with on-off shape controls by Fenchel duality*. Annales de l'Institut Henri Poincaré C, pp. 1–43, 2024.

Contact : camille.pouchol@u-paris.fr

Temps minimal de contrôle pour les systèmes hyperboliques linéaires en 1D

Guillaume OLIVE, Jagiellonian University - Krakow

Dans cet exposé nous discuterons des résultats récemment obtenus sur le temps minimal de contrôle pour les systèmes hyperboliques linéaires d'ordre un en dimension un d'espace (1D). Nous présenterons plusieurs situations où nous avons une formule de ce temps qui est explicite et facile à calculer en fonction des paramètres du système (vitesses, matrices de couplage interne et au bord). Les preuves reposent sur plusieurs ingrédients : une décomposition canonique de type LU pour la matrice de couplage au bord, la méthode de compacité-unicité et la méthode de backstepping. Cet exposé est basé sur plusieurs travaux en collaboration avec Long Hu ([1, 2, 3, 4]).

- [1] L. Hu, G. Olive. *Minimal time for the exact controllability of one-dimensional first-order linear hyperbolic systems by one-sided boundary controls*. J. Math. Pures Appl. (9), **148**, 24–74, 2021. doi :10.1016/j.matpur.2021.02.009.
- [2] L. Hu, G. Olive. *Null controllability and finite-time stabilization in minimal time of one-dimensional first-order 2×2 linear hyperbolic systems*. ESAIM Control Optim. Calc. Var., **27**, Paper No. 96, 18, 2021. doi :10.1051/cocv/2021091.
- [3] L. Hu, G. Olive. *Equivalent one-dimensional first-order linear hyperbolic systems and range of the minimal null control time with respect to the internal coupling matrix*. J. Differential Equations, **336**, 654–707, 2022. doi :10.1016/j.jde.2022.07.023.
- [4] L. Hu, G. Olive. *The minimal control time for the exact controllability by internal controls of 1D linear hyperbolic balance laws*, 2024. doi :hal.science/hal-04520497 (preprint).

Contact : math.golive@gmail.com

Précision variable et multi-précision

Anne CADIOU, Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique - Lyon

Benoît FABRÈGES, Institut Camille Jordan - Lyon

Ces dernières décennies, les calculateurs ont permis la simulation numérique de problèmes physiques de complexité croissante, couplant éventuellement du calcul et des données, ce qui fait que l'usage du calcul numérique est actuellement très largement répandu dans de nombreux domaines scientifiques. Le portage des codes, au cours de ces années, a mis l'accent sur l'efficacité des algorithmes en terme de performance de calcul, si bien qu'actuellement ce sont les traitements des données, aussi bien en cours de simulation qu'en pré ou post-traitement, qui constituent un facteur limitant pour de nombreuses applications scientifiques. Une voie possible d'amélioration consiste à minimiser les mouvements des données et leur empreinte mémoire pendant le calcul. Cela passe potentiellement par de nouvelles représentations des données, avec des précisions mixtes et variables, et de nouveaux algorithmes permettant de préserver plus efficacement les informations codées dans les données. Ces techniques pourraient également avoir un impact intéressant sur le coût énergétique des campagnes de calcul.

L'objectif de ce mini-symposium est d'aborder les problématiques du calcul en précision variable et mixte dans des bibliothèques d'algèbre linéaire actuelles.

Les orateurs sont :

- Fabienne Jézéquel, LIP6, *Precision auto-tuning and control of accuracy in numerical simulations*
- Hugo Dorfsman, LIP6, *Précisions mixtes pour les méthodes itératives préconditionnées appliquées aux systèmes linéaires creux*
- Alfredo Buttari, IRIT *Truncated QR factorization with pivoting in mixed precision*
- Arthur Saunier, IFPEN, *Hierarchical matrix preconditioning for dominant advection problems*

Contact : anne.cadiou@cnrs.fr

Auto-ajustement de la précision grâce au logiciel PROMISE

Quentin FERRO, LIP6, Sorbonne Université, CNRS - Paris

Stef GRAILLAT, LIP6, Sorbonne Université, CNRS - Paris

Thibault HILAIRE, LIP6, Sorbonne Université, CNRS - Paris

Fabienne JÉZÉQUEL, LIP6, Sorbonne Université, CNRS - Paris

Le format utilisé pour les nombres à virgule flottante (par exemple, fp32 ou fp64) peut avoir un impact sur le temps d'exécution, notamment sur les unités SIMD (Single Instruction Multiple Data). De plus, l'optimisation des types utilisés dans une simulation numérique entraîne une réduction à la fois du volume de données potentiellement transférées et de l'énergie consommée. Par conséquent, l'utilisation d'une précision réduite ou mixte semble être une voie prometteuse pour améliorer les performances des codes numériques. Le logiciel PROMISE [4, 5] permet d'obtenir une version en précision mixte d'un programme en tenant compte de la précision demandée sur les résultats. Avec PROMISE, la qualité numérique des résultats est vérifiée à l'aide de l'arithmétique stochastique discrète (DSA) [6, 1] qui permet d'estimer les erreurs d'arrondi. La recherche d'une configuration de types adaptée est effectuée avec une complexité raisonnable grâce à l'algorithme de Delta Debug [7]. L'outil PROMISE a été testé avec succès sur différents codes numériques, notamment pour la résolution de systèmes linéaires. PROMISE a également été utilisé pour l'auto-ajustement de la précision dans des réseaux de neurones [3, 2]. Nous présentons les gains en mémoire et en temps de calcul obtenus grâce à la précision réduite dans un réseau de classification. Nous montrons également l'impact sur le temps d'exécution de PROMISE de la parallélisation de l'algorithme de Delta Debug qui y est implémenté.

- [1] P. Eberhart, J. Brajard, P. Fortin, F. Jézéquel. *High performance numerical validation using stochastic arithmetic*. *Reliable Computing*, **21**, 35–52, 2015.
- [2] Q. Ferro, S. Graillat, T. Hilaire, F. Jézéquel. *Performance of precision auto-tuned neural networks*. In *MCSoc 2023 (16th IEEE International Symposium on Embedded Multicore/Manycore Systems-on-Chip), special session POAT (Performance Optimization and Auto-Tuning of Software on Multicore/Manycore Systems)*. Singapore, Singapore, 2023.
- [3] Q. Ferro, S. Graillat, T. Hilaire, F. Jézéquel, B. Lewandowski. *Neural network precision tuning using stochastic arithmetic*. In *NSV'22, 15th International Workshop on Numerical Software Verification*,. Haifa, Israel, 2022.
- [4] S. Graillat, F. Jézéquel, R. Picot, F. Févotte, B. Lathuilière. *Auto-tuning for floating-point precision with discrete stochastic arithmetic*. *Journal of Computational Science*, **36**, 101017, 2019. doi : 10.1016/j.jocs.2019.07.004.
- [5] F. Jézéquel, S. s. Hoseinasab, T. Hilaire. *Numerical Validation of Half Precision Simulations*. In Á. Rocha, H. Adeli, G. Dzemyda, F. Moreira, A. M. Ramalho Correia, eds., *Trends and Applications in Information Systems and Technologies*, vol. 1368, pp. 298–307. Springer International Publishing, Cham, 2021. Series Title : Advances in Intelligent Systems and Computing.
- [6] J. Vignes. *Discrete Stochastic Arithmetic for Validating Results of Numerical Software*. *Numerical Algorithms*, **37**(1–4), 377–390, 2004.
- [7] A. Zeller. *Why Programs Fail*. Morgan Kaufmann, Boston, second ed., 2009.

Contact : Fabienne.Jezequel@lip6.fr

Stratégies de résolutions de systèmes linéaires creux en précision mixte avec BiCGStab

Hugo DORFSMAN, Lip6 - Paris

Ani ANCIAUX-SEDRAKIAN, IFP Énergies Nouvelles - Rueil-Malmaison

Thomas GUIGNON, IFP Énergies Nouvelles - Rueil-Malmaison

Théo MARY, LiP6/CNRS - Paris

Fabienne JÉZÉQUEL, LiP6 - Paris

Les solveurs itératifs fondés sur les sous-espaces de Krylov tels que GMRES ou BiCGStab sont souvent utilisés en combinaison avec un préconditionneur pour améliorer leur vitesse de convergence. Dans cette présentation nous proposons plusieurs solutions pour utiliser des calculs en précision faible dans BiCGStab, tout en conservant la qualité de la solution calculée. Premièrement, nous illustrons que la propriété naturellement flexible de BiCGStab permet d'appliquer le préconditionneur en précision faible [1]. Ensuite, nous montrons que le reste des opérations peuvent également être calculées en précision faible quand on les associe à un algorithme de raffinement itératif en précision plus élevée [2]. Enfin nous explorons dans le contexte de la précision mixte, l'utilisation de variantes de BiCGStab, développées pour améliorer la qualité de l'approximation des solutions [3]. Nous évaluons le potentiel de nos algorithmes pour résoudre de grands systèmes issus de diverses applications industrielles.

- [1] J. Chen, L. C. McInnes, H. Zhang. *Analysis and practical use of flexible bicgstab*. Journal of Scientific Computing, **68(2)**, 803–825, 2016. doi :10/g5775m.
- [2] C. B. Moler. *Iterative refinement in floating point*. Journal of the ACM, **14(2)**, 316–321, 1967. doi :10/d82qkq.
- [3] G. L. G. Sleijpen, H. A. van der Vorst. *Reliable updated residuals in hybrid bi-cg methods*. Computing, **56(2)**, 141–163, 1996. doi :10.1007/bf02309342.

Contact : hugo.dorfsman@lip6.fr

Truncated QR factorization with pivoting in mixed precision

Alfredo BUTTARI, Université de Toulouse, IRIT, CNRS - Toulouse
Theo MARY, Sorbonne Université, LIP6, CNRS - Paris
André PACTEAU, Université de Toulouse, IRIT, CNRS - Toulouse

Low-rank approximations are widely used to reduce the memory footprint and operational complexity of numerous linear algebra algorithms in scientific computing and data analysis. In some of our recent work we have demonstrated that low-rank approximations can be stored using multiple arithmetic precisions to further reduce the storage and execution time. In this work we present a method that can produce this mixed-precision representation directly; this relies on a mixed-precision truncated rank-revealing QR (RRQR) factorization with pivoting. We present a floating-point error analysis and provide bounds on the error of the approximation demonstrating that the use of multiple precisions does not alter the overall accuracy. Finally, we present experimental results showing the execution time reduction for the cases where either classical or randomized pivoting are used.

Contact : alfredo.buttari@irit.fr

Matrices hiérarchiques pour les problèmes à convection dominante

Arthur SAUNIER, LJLL/IFPEN - PARIS

Introduite en 1999 par Hackbusch dans [2] pour les problèmes elliptiques, les matrices hiérarchiques permettent d'effectuer des opérations algébriques sur des matrices pleines avec une complexité algorithmique quasi linéaire. Dans cet exposé nous allons présenter nos travaux pour étendre le domaine d'applications des matrices hiérarchiques aux problèmes à convection dominante. Nous présenterons notre approche pour établir une estimation de type Cacciopoli robuste face à la convection. Ensuite, nous détaillerons comment cette inégalité conduit à une nouvelle condition d'admissibilité (semblable à celle proposée par Sabine Le Borne dans [1]) qui garantit l'existence d'une approximation au format hiérarchique. Finalement nous vérifierons l'efficacité de notre nouveau critère en le comparant à l'approche standard dans différentes expériences numériques.

- [1] S. L. Borne, L. Grasedyck. *\mathcal{H} -matrix preconditioners in convection-dominated problems*. SIAM J. Matrix Anal. Appl, **27**(4), 1172–1183, 2006.
- [2] W. Hackbusch. *A sparse matrix arithmetic based on \mathcal{H} -matrices. part I : Introduction to \mathcal{H} -matrices*. Computing, **62**, 1999.

Contact : arthur.saunier@ifpen.fr

Session parallèle 1 : Sessions Parallèles	154
Session parallèle 2 : Sessions Parallèles	160
Session parallèle 3 : Sessions Parallèles	166
Session parallèle 4 : Sessions Parallèles	172
Session parallèle 5 : Sessions Parallèles	178
Session parallèle 6 : Sessions Parallèles	184
Session parallèle 7 : Sessions Parallèles	190
Session parallèle 8 : Sessions Parallèles	195
Session parallèle 9 : Sessions Parallèles	201
Session parallèle 10 : Sessions Parallèles	207
Session parallèle 11 : Sessions Parallèles	213
Session parallèle 12 : Sessions Parallèles	219

Numerical integration for the nonlinear Klein–Gordon equations in low regularity and conservation properties

Charbella ABOU KHALIL, LMJL - Nantes Joackim BERNIER, LMJL - Nantes

We consider the nonlinear Klein–Gordon equations with periodic boundary conditions

$$\partial_{tt}q + (m - \partial_{xx})q + f(q) = 0 \quad (\text{KG})$$

where $(x, t) \in \mathbb{T} \times \mathbb{R}$, $q = q(x, t) \in \mathbb{R}$, the mass $m > 0$ and f is a smooth real non-linearity with $f(0) = f'(0) = 0$. We set $p = \partial_t q$, and we assume that the initial data $(q|_{t=0}, p|_{t=0}) = (q(0), p(0))$ is small in $H^s \times H^{s-1}$. Close to the origin, the (KG) equations are nearly integrable Hamiltonian systems

$$\partial_t \begin{pmatrix} q \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \partial_{xx} - m & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \nabla H(q, p)$$

having infinitely many almost conserved quantities \mathcal{E}_j called "harmonic energies" or "super-actions" :

$$\mathcal{E}_j(q, p) = |\hat{q}(j)|^2 + \omega_j^{-2} |\hat{p}(j)|^2$$

where $\omega_j = (j^2 + m)^{1/2}$ are the eigenvalues of operator $(-\partial_{xx} + m)^{1/2}$. In a series of works in 2008, D. Cohen, E. Hairer and C. Lubich proved that, at high regularity (s very large), classical symplectic numerical integrators preserve this qualitative property with CFL of size 1. On the other hand, their numerical simulations strongly suggested that the smoothness assumption is irrelevant and can be relaxed [3]. In this talk, I will present a work in which we extend their result for non-smooth solutions ($s=1$). The main result is given as follow :

We consider a numerical solution (q^n, p^n) obtained by applying a pseudo-spectral semi discretization with K equidistant collocation points, and a symplectic numerical integrator to (KG). Then,

Théorème 1. *Let $\delta \in (0, 2\pi)$. There exist $\beta_r > 0$ and $\varepsilon_m > 0$ such that for almost all mass $m > 0$ and all $r \geq 1$ arbitrarily large, provided that $s = 1$, $\|(q^0, p^0)\|_{H^1 \times L^2} := \varepsilon < \varepsilon_m$ and $rh\omega_{(K-1)/2} \leq 2\pi - \delta$, the numerical flow of (KG) satisfies*

$$nh < \varepsilon^{-r} \implies \sum_{|j| < K/2} \langle j \rangle^{-2\beta_r} \frac{|\mathcal{E}_j(q^n, p^n) - \mathcal{E}_j(q^0, p^0)|}{\varepsilon^2} \lesssim_{r, m, \delta} \varepsilon.$$

The proof is based on Splitting methods, backward error analysis and Birkhoff normal form in low regularity [2]. It will be found in the paper (in progress), in collaboration with Joackim Bernier [1].

Références

- [1] Abou Khalil, C & Bernier, J. Numerical integration for the nonlinear Klein–Gordon equations in low regularity and conservation properties, *in preparation*
- [2] Bernier, J. & Grébert, B. Birkhoff normal forms for Hamiltonian PDEs in their energy space, *Journal de l'Ecole polytechnique*, Tome 9 (2022), pp. 681-745.
- [3] Cohen, D., Hairer, E. & Lubich, C. Conservation of energy, momentum and actions in numerical discretizations of non-linear wave equations. *Numer. Math.* **110**, 113-143 (2008), <https://doi.org/10.1007/s00211-008-0163-9>

Contact : charbella.aboukhalil@univ-nantes.fr

Etude du spectre de l'équation de McKendrick semi-discrétisée

Laurent ATTIAS, Laboratoire Jacques-Louis LIONS - Paris

Vincent SIESS, DASSAULT SYSTÈMES - Vélizy-Villacoublay

Stéphane LABBÉ, Laboratoire Jacques-Louis LIONS - Paris

L'équation de McKendrick (1) est centrale en dynamique des populations et en modélisation de la démographie [1, 2]. Elle traite le problème d'une population soumise à des processus de vieillissement, natalité et mortalité.

$$\begin{cases} \partial_t \phi(t, a) + \partial_a \phi(t, a) + \mu(a)\phi(t, a) = 0 \\ \phi(t, 0) = \int_0^{+\infty} b(a)\phi(t, a) da \\ \phi(0, a) = \phi_0(a) \end{cases} \quad (1)$$

Il est possible d'enrichir cette équation afin d'introduire de nouveaux traits de structuration : zone géographique, sexe, revenu, niveau de santé, etc. Dans de précédents travaux, nous avons développé une méthode de modélisation agile pour la dynamique de populations, basée sur un formalisme étendu à partir de l'équation de McKendrick, afin de modéliser de façon systématique les populations structurées, puis de simuler numériquement leur dynamique. Concernant la simulation, l'approche employée consiste à générer des modèles de systèmes d'équations différentielles en langage Modelica [3]. Il faut donc appliquer une semi-discrétisation sur le terme $\partial_a \phi$ dans (1). On est amené à faire une étude de stabilité linéaire des points d'équilibre de ces systèmes, ce qui nous amène à l'examen de leurs propriétés spectrales.

On considère le système (2), problème aux valeurs propres associé à une semi-discrétisation de (1) en n classes d'âge.

$$\begin{cases} -\frac{1}{\Delta a_n} \psi_1 + \sum_{i=1}^n b_i \psi_i - \mu_1 \psi_1 = \lambda \psi_1 \\ -\frac{\psi_i - \psi_{i-1}}{\Delta a_n} - \mu_i \psi_i = \lambda \psi_i, \quad 2 \leq i \leq n-1 \\ \frac{\psi_{n-1}}{\Delta a_n} - \mu_n \psi_n = \lambda \psi_n \end{cases} \quad (2)$$

La nature du spectre de l'opérateur associé à l'EDP (1) est traitée dans [4]. Dans le cas du problème discrétisé (2), nous avons pu montrer que les valeurs propres adoptent une répartition en cercle quand le nombre de classes d'âge devient grand.

Théorème 1. *On suppose μ et b constantes par morceaux. Alors, pour tout point z du cercle unité, il existe une suite de valeurs propres λ_n solutions de (2), telles qu'en posant $z_n = 1 + \Delta a_n \lambda_n$, on a $z_n \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} z$.*

- [1] A. G. McKendrick. Applications of Mathematics to Medical Problems. *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society*, 44 :98–130, 1926.
- [2] J. D. Murray. *Mathematical Biology : I. An Introduction*, volume 17 of *Interdisciplinary Applied Mathematics*. Springer, third edition, 2002.
- [3] P. Fritzson and V. Engelson. Modelica — A unified object-oriented language for system modeling and simulation. In Eric Jul, editor, *ECOOP'98 — Object-Oriented Programming*, pages 67–90, Berlin, Heidelberg, 1998. Springer Berlin Heidelberg.
- [4] S. jian et al. Spectral properties of population operator and asymptotic behaviour of population semigroup. *Acta Mathematica Scientia*, 2(2) :139–148, 1982.

Contact : laurent.attias@sorbonne-universite.fr

Méthode volumes finis pour des équations de Cahn-Hilliard avec surfactants

Margherita CASTELLANO, CMAP - École Polytechnique - Palaiseau

Nous nous intéressons dans ce travail à l'analyse numérique d'un modèle de champ de phases avec surfactants, initialement introduit par Laradji et al. [3]. Ce modèle représente la dynamique de séparation de phases entre l'eau et l'air en présence de surfactants, avec de nombreuses applications, par exemple en pharmacologie, en biologie et en physique. Nous nous proposons de décrire cette dynamique avec deux équations de Cahn-Hilliard couplées. L'équation de Cahn-Hilliard représente le processus de séparation de phases de deux fluides non-miscibles, selon lequel les fluides se séparent spontanément et forment des sous-domaines de phases pures [1]. Nous utilisons ainsi une première équation de Cahn-Hilliard pour décrire la dynamique de séparation de phases entre l'eau et de l'air. Nous nous plaçons sous l'hypothèse que ces derniers occupent l'entière du domaine considéré, et que leurs concentrations ϕ_1 et ϕ_2 vérifient donc la relation $\phi_1 + \phi_2 = 1$. Il suffit alors d'étudier l'évolution d'une seule des concentrations $\phi = \phi_1$ (appelé paramètre d'ordre et à valeurs dans $[-1, 1]$, pour lequel la valeur -1 correspond à l'air et la valeur 1 correspond à l'eau), le comportement de l'autre étant donné par $1 - \phi$. Les surfactants (diminutif de *Surface Active Agents*), sont des molécules vivant à l'intérieur de l'eau et constituées à la fois d'une partie hydrophile et d'une partie hydrophobe, ce qui les conduit à s'agréger les uns aux autres vers la surface de l'eau [2]. Nous modélisons ce comportement à travers une deuxième équation de Cahn-Hilliard, représentant les surfactants comme un fluide se séparant de l'eau. Notons c la concentration des surfactants, à valeurs dans $[0, 1]$. Le système est le suivant : On cherche $\phi : (0, T) \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ et $c : (0, T) \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, telles que

$$\left\{ \begin{array}{ll} \partial_t \phi = M_\phi \Delta \mu & \forall (t, x) \in (0, T) \times \Omega, \\ \mu = -\epsilon_\phi \Delta \phi + \frac{1}{\epsilon_\phi} f'_\phi(\phi) + \partial_\phi W(\phi, c) & \forall (t, x) \in (0, T) \times \Omega, \\ \partial_t c = M_c \Delta \eta & \forall (t, x) \in (0, T) \times \Omega, \\ \eta = -\epsilon_c \Delta c + \frac{1}{\epsilon_c} f'_c(c) + \partial_c W(\phi, c) & \forall (t, x) \in (0, T) \times \Omega, \\ \nabla \phi \cdot \vec{n} = \nabla c \cdot \vec{n} = \nabla \mu \cdot \vec{n} = \nabla \eta \cdot \vec{n} = 0, & \forall (t, x) \in (0, T) \times \partial \Omega, \end{array} \right.$$

où Ω est un ouvert borné de \mathbb{R}^d ($d = 2$ ou 3), ϵ_ϕ et ϵ_c représentent les épaisseurs d'interface associées respectivement à ϕ et à c , et $W(\phi, c)$ le potentiel de couplage. Les potentiels f_ϕ et f_c sont des potentiels à double puits qui garantissent la non-miscibilité des phases, donnés respectivement par $f_\phi(\phi) = \frac{1}{4}(\phi^2 - 1)^2$ et $f_c(c) = c^2(1 - c)^2$. Les coefficients de diffusion M_ϕ et M_c sont des paramètres physiques appelés mobilité. L'une des principales difficultés rencontrées réside dans le choix du potentiel $W(\phi, c)$, choix significatif pour concilier à la fois la vraisemblance physique du modèle, le caractère bien posé du système et la stabilité du schéma numérique [4]. On propose ici une méthode volumes finis associée à ce modèle, et on réalise l'analyse numérique de ce schéma (estimation d'énergie, existence, convergence, ...). On présentera également des simulations numériques permettant de valider le modèle.

- [1] J.-W. Cahn, J.-E. Hilliard. *Free energy of a nonuniform system. I. interfacial free energy*. The Journal of Chemical Physics, **28(2)**, 258–267, 1958. doi :10.1063/1.1744102.
- [2] J. H. Clint. *Surfactant aggregation*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [3] M. Laradji, H. Guo, M. Grant, M. J. Zuckermann. *The effect of surfactants on the dynamics of phase separation*. Journal of Physics : Condensed Matter, **4(32)**, 6715, 1992.
- [4] J. Zhang, C. Chen, J. Wang, X. Yang. *Efficient, second order accurate, and unconditionally energy stable numerical scheme for a new hydrodynamics coupled binary phase-field surfactant system*. Computer Physics Communications, **251**, 107122, 2020.

Contact : margherita.castellano@polytechnique.edu

Semi-implicit numerical method for hyperbolic problems

Rémi ABGRALL, University of Zurich, Institute of Mathematics - CH-8057 Zurich
Stéphane DEL PINO, LIHPC, Université Paris-Saclay, CEA, DAM, DIF -
F-91297 Arpajon

Axelle DROUARD, LIHPC, Université Paris-Saclay, CEA, DAM, DIF -
F-91297 Arpajon

Emmanuel LABOURASSE, LIHPC, Université Paris-Saclay, CEA, DAM, DIF -
F-91297 Arpajon

Numerical methods for fluid-structure interaction are used in many fields of application. In explicit methods, stability is ensured by the CFL criterion, which depends on the local sound velocity. This criterion severely penalizes the time step due to the large differences in wave velocities between fluids and solids. Similarly, implicit methods that do not use the CFL condition are very costly in terms of computation time due to the cost of inversion of the system matrix.

In this presentation, we focus on the implementation of a semi-implicit numerical method for this problem. The idea is to transform a system of nonlinear conservation laws into a linear system in which the nonlinearity is reflected in the source term using a relaxation method (kinetic scheme). Time integration is performed using the Deferred Correction method [3]. Abgrall and Torlo propose such a semi-implicit, matrix-free method of any order in [2, 1] in 1D on a uniform mesh. It enables a CFL condition of a few units to be achieved without having to invert any matrix. We will present two versions of the scheme (Finite Difference and Finite Volume) of arbitrarily high order on non-uniform 1D meshes. These schemes are stable and convergent, and we will present their properties on uniform and non-uniform meshes. We will apply this method to the hyperelasticity model and build its Lagrangian version in order to extend it to fluid-structure applications. The aim is to extend it to multi-D unstructured meshes.

- [1] R. Abgrall, D. Torlo. *High order asymptotic preserving deferred correction implicit-explicit schemes for kinetic models*. SIAM Journal on Scientific Computing, **42**, B816–B845, 2020. doi : 10.1137/19M128973X.
- [2] R. Abgrall, D. Torlo. *Some preliminary results on a high order asymptotic preserving computationally explicit kinetic scheme*. Communications in Mathematical Sciences, **20(2)**, 297–326, 2022. doi :10.4310/cms.2022.v20.n2.a1.
- [3] M. L. Minion. *Semi-implicit spectral deferred correction methods for ordinary differential equations*. Commun. Math. Sci., **1(3)**, 471–500, 2003.

Contact : axelle.drouard@cea.fr

Low to high order finite element resolution for elliptic problems in the presence of a Dirac source term

Silvia BERTOLUZZA, IMATI CNR - Pavia, Italy

Christophe PRUD'HOMME, IRMA UMR 7501 - Université de Strasbourg et CNRS

Thomas SAIGRE, IRMA UMR 7501 - Université de Strasbourg et CNRS

Marcela SZOPOS, MAP5 UMR CNRS 8145 - Université Paris Cité

In a previous work [4], we conducted reduced order modeling of heat transfer within the human eyeball, focusing on studying the sensitivity of temperature outputs to model parameters. To obtain fast quadratic convergence in the output, we rely on a dual problem formulation associated with each output which is a linear functional of the solution. However, these output functionals, ℓ , can be pointwise evaluations of the solution, *e.g.* $\ell_x(v) = v(x) = \delta_x(v)$, for $x \in \Omega$. Thus, the formulation leads to a dual problem with Dirac source term δ_x with $x \in \Omega$ the point where we evaluate the solution of the primal problem. This is a specific application, but similar problems occur in a broad applicative context (*e.g.* acoustics, elasticity, *etc.*).

Theoretical and numerical aspects of Laplacian problem with Dirac source term and homogeneous Dirichlet boundary condition have been studied in [2, 1], *i.e.* given $x \in \Omega$, find u such that

$$\begin{aligned} -\Delta u &= \delta_x && \text{in } \Omega, \\ u &= 0 && \text{on } \partial\Omega. \end{aligned}$$

[2, 1] show that the error of the finite element method converges with the same order as for standard problems, in Ω excluding a small region around the singularity.

In the present work, we propose a theoretical review and a numerical exploration of these models, under various boundary conditions, and consider generalized elliptic problems, with discontinuous coefficients. We also investigate the impact of the position of the Dirac source term with respect to the border of the domain Ω . We discuss the results of our simulations with the finite element method from low to high order of discretization, obtained with the open-source software Feel++ [3].

- [1] S. Bertoluzza, A. Decoene, L. Lacouture, S. Martin. *Local error estimates of the finite element method for an elliptic problem with a Dirac source term*. Numerical Methods for Partial Differential Equations, **34(1)**, 97–120, 2018. doi :<https://doi.org/10.1002/num.22186>.
- [2] T. Köppl, B. Wohlmuth. *Optimal A Priori Error Estimates for an Elliptic Problem with Dirac Right-Hand Side*. SIAM Journal on Numerical Analysis, **52(4)**, 1753–1769, 2014. doi :[10.1137/130927619](https://doi.org/10.1137/130927619).
- [3] C. Prud'homme, V. Chabannes, S. Veys, T. Metivet, J.-B. Wahl, R. Hild, C. Daversin-Catty, T. Saigre, L. Sala, C. Trophime, L. Berti, A. Samaké, D. Prada, C. Van Landeghem, P. Jolivet. *feelpp/feelpp : Feel++ release v111 preview.9*, 2024. doi :[10.5281/zenodo.10837178](https://doi.org/10.5281/zenodo.10837178).
- [4] T. Saigre, C. Prud'homme, M. Szopos. *Model order reduction and sensitivity analysis for complex heat transfer simulations inside the human eyeball*, 2023. Submitted.

Contact : saigre@math.unistra.fr

PIROCK : une implémentation en C++ d'une méthode IMEX à stabilité étendue

Josselin MASSOT, CMAP - Palaiseau Marc MASSOT, CMAP - Palaiseau
Laurent SERIES, CMAP - Palaiseau

Les systèmes d'équations de convection-réaction-diffusion posent de nombreux problèmes d'intégration numérique lorsqu'il s'agit de les résoudre sur des maillages fin pour résoudre l'ensemble des échelles spatiales et temporelle du fait de l'implication de valeurs propres de grande amplitude. Il n'est pas toujours envisageable, pour des raisons de coût de calcul, de traiter le problème couplé de manière implicite. Une solution est d'effectuer un *splitting* d'opérateurs [3], avec des intégrateurs adaptés pour chaque opérateur mais créant une erreur de couplage et pouvant mener à de très petits pas de temps de couplage pour des systèmes complexes. Il est également possible d'effectuer une méthode IMEX [4] (implicite-explicite) où la diffusion est traitée de manière implicite, mais la raideur de l'opérateur de réaction contraint alors fortement la stabilité numérique.

Nous présentons une stratégie mixte pour la résolution de flamme en chimie complexe et transport détaillé qui s'appuie sur une séparation d'opérateur et un schéma IMEX inspiré de la méthode PIROCK, introduite dans [1] (méthode couplée où la diffusion est résolue à l'aide d'une méthode à stabilité étendue de type ROCK2 [2] et la réaction de manière implicite avec une méthode SDIRK d'ordre deux). Dans cet exposé nous nous proposons de présenter les points clés de la méthode dans le cas réaction-diffusion, l'étude de sa stabilité à deux variables, et nous concluons par des expériences numériques avec le code C++ ponio¹.

- [1] *Pirock : A swiss-knife partitioned implicit-explicit orthogonal runge-kutta chebyshev integrator for stiff diffusion-advection-reaction problems with or without noise*. Journal of Computational Physics, **242**, 869–888, 2013. doi :<https://doi.org/10.1016/j.jcp.2013.02.009>.
- [2] A. Abdulle, A. A. Medovikov. *Second order chebyshev methods based on orthogonal polynomials*. Numerische Mathematik, 2001. doi :10.1007/s002110100292.
- [3] W. Hundsdorfer, J. Verwer. *Numerical Solution of Time-Dependent Advection-Diffusion-Reaction Equations*. Springer Series in Computational Mathematics. Springer Berlin Heidelberg, 2007.
- [4] G. Izzo, Z. Jackiewicz. *Highly stable implicit-explicit runge-kutta methods*. Applied Numerical Mathematics, **113**, 71–92, 2017. doi :<https://doi.org/10.1016/j.apnum.2016.10.018>.

Contact : laurent.series@polytechnique.edu

1. Le logiciel *open source* ponio se trouve à cette adresse : <https://github.com/hpc-maths/ponio>

Parcimonie et contrôle L^1 -optimal pour des systèmes de contrôle linéaires

Pierre CAVARÉ, CRAN - Nancy Marc JUNGERS, CRAN - Nancy
 Jérôme LOHÉAC, CRAN - Nancy

On considère le problème de transfert d'état, d'un système linéaire, donné par

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ x(0) = x^0, \quad x(T) = x^1, \end{cases}$$

où l'état initial $x^0 \in \mathbb{R}^n$, la cible $x^1 \in \mathbb{R}^n$, le temps final $T > 0$ et les matrices $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ sont donnés. Lorsque x^1 est accessible depuis x^0 en temps T , il est fréquent de chercher les *maximum hands-off* contrôles [4], i.e. les contrôles admissibles dont le support est de mesure de Lebesgue minimale : on note ce problème (P_0) . Ici, on autorise des contrôles appartenant aux mesures de Radon et, plus précisément, on s'intéresse aux contrôles impulsifs [1] dont le support est de mesure de Lebesgue nulle. On peut alors montrer que le problème (P_0) admet une infinité de solutions sous forme de contrôles impulsifs que l'on peut approcher à l'aide d'une suite de contrôles admissibles de $L^1([0, T], \mathbb{R}^m)$. Parmi ces solutions impulsives, il est intéressant de sélectionner celle qui minimise la norme L^1 , c'est-à-dire qui minimise la pondération des impulsions.

On considère alors (P_1) , le problème de minimisation en norme L^1 . Si on inclut les mesures de Radon dans la recherche de solutions de (P_1) et, sous l'hypothèse que x^1 soit accessible depuis x^0 en temps T , on peut montrer que la valeur minimale de la norme L^1 peut toujours être atteinte par des contrôles impulsifs. Comme pour (P_0) , il n'y a pas de saut de Lavrentiev lorsqu'on étend la recherche de solutions de (P_1) , de $L^1([0, T], \mathbb{R}^m)$ à l'ensemble des mesures de Radon : tout contrôle optimal impulsif peut être approché par une suite de contrôles admissibles de $L^1([0, T], \mathbb{R}^m)$.

On montrera aussi que (P_1) admet toujours une solution qui est la somme d'au plus $m \sum_{i=1}^m r_i$ impulsions de Dirac (où m est la dimension du contrôle et r_i le rang de la matrice de Kalman de la paire (A, B_i) , avec B_i la $i^{\text{ème}}$ colonne de B). Enfin, à l'aide du principe du maximum de Pontryagin, on montrera que si A est inversible et toutes les paires (A, B_i) sont contrôlables, alors tous les minimiseurs de (P_1) sont des sommes finies d'impulsions.

Le reste de cette présentation est consacré à l'élaboration d'un algorithme fondé sur la méthode de descente par coordonnée [3] et les itérations de Bregman [2], qui permette d'approcher un contrôle impulsif optimal.

- [1] A. Bressan, F. Rampazzo. *On differential systems with vector-valued impulsive controls*. Boll. Unione Mat. Ital., VII. Ser., B, **2(3)**, 641–656, 1988.
- [2] J. Darbon, D. Goldfarb, S. Osher, W. Yin. *Bregman iterative algorithms for ℓ_1 -minimization with applications to compressed sensing*. SIAM J. Imaging Sci., **1(1)**, 143–168, 2008. doi : 10.1137/070703983.
- [3] Y. Li, S. Osher. *Coordinate descent optimization for l^1 minimization with application to compressed sensing; a greedy algorithm*. Inverse Probl. Imaging, **3(3)**, 487–503, 2009. doi : 10.3934/ipi.2009.3.487.
- [4] M. Nagahara, D. Nešić, D. Quevedo. *Maximum hands-off control : a paradigm of control effort minimization*. IEEE Trans. Autom. Control, **61(3)**, 735–747, 2016. doi :10.1109/TAC.2015.2452831.

Contact : pierre.cavare@univ-lorraine.fr

Approximation d'un contrôle exact frontière pour une équation des ondes semi-linéaire unidimensionnelle avec des conditions aux limites mixtes

Sue CLARET, Laboratoire de Mathématiques Blaise Pascal - Clermont-Ferrand

Soient $\Omega := (0, 1)$, $T > 0$ et $Q_T := \Omega \times (0, T)$. On note $H_{(0)}^1(\Omega) := \{f \in H^1(\Omega); f(0) = 0\}$. On considère l'espace de Hilbert \mathcal{H} et les sous-ensembles fermés \mathcal{A} et \mathcal{A}_0 suivants :

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &:= \left\{ (y, v) \in L^2(Q_T) \times L^2(0, T); y \in C^0([0, T]; H_{(0)}^1(\Omega)) \cap C^1([0, T]; L^2(\Omega)), \right. \\ &\quad \left. y(0, \cdot) = 0, \partial_x y(1, \cdot) = v, \partial_{tt} y - \partial_{xx} y \in L^2(Q_T) \right\}, \\ \mathcal{A} &:= \left\{ (y, v) \in \mathcal{H}; (y(\cdot, 0), \partial_t y(\cdot, 0)) = (u_0, u_1), (y(\cdot, T), \partial_t y(\cdot, T)) = (z_0, z_1) \right\}, \\ \mathcal{A}_0 &:= \left\{ (y, v) \in \mathcal{H}; (y(\cdot, 0), \partial_t y(\cdot, 0)) = (0, 0), (y(\cdot, T), \partial_t y(\cdot, T)) = (0, 0) \right\}. \end{aligned}$$

Dans cet exposé, pour tous $(u_0, u_1), (z_0, z_1) \in H_{(0)}^1(\Omega) \times L^2(\Omega)$, on construit, en adaptant [1], une suite $(v_k)_{k \in \mathbb{N}}$ qui converge vers un contrôle $v \in L^2(0, T)$ pour l'équation des ondes semi-linéaire

$$\begin{cases} \partial_{tt} y - \partial_{xx} y + f(y) = 0 & Q_T, \\ y(0, t) = 0, \quad \partial_x y(1, t) = v(t) & (0, T), \\ (y(\cdot, 0), \partial_t y(\cdot, 0)) = (u_0, u_1) & \Omega, \end{cases} \quad (1)$$

tel que $(y(\cdot, T), \partial_t y(\cdot, T)) = (z_0, z_1)$. Le résultat principal est donnée par le Théorème 1 :

Théorème 1. *On suppose que $T > 2$. On considère une fonction $f \in C^1(\mathbb{R})$ telle que f' est une fonction α -Hölderienne pour un certain $\alpha \in [0, 1]$ satisfaisant $\limsup_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{|f'(x)|}{\ln^2|x|} < \beta$ avec $\beta > 0$ suffisamment petit. Soit $(y_k, v_k)_{k \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $(y_0, v_0) \in \mathcal{A}$ et pour tout $k \in \mathbb{N}$*

$$(y_{k+1}, v_{k+1}) = (y_k, v_k) - \lambda_k (Y_k^1, V_k^1), \quad \lambda_k = \operatorname{argmin}_{\lambda \in [0, 1]} E \left((y_k, v_k) - \lambda (Y_k^1, V_k^1) \right)$$

où $E(y, v) = \|\partial_{tt} y - \partial_{xx} y + f(y)\|_{L^2(Q_T)}^2$ pour tous $(y, v) \in \mathcal{A}$ et $(Y_k^1, V_k^1) \in \mathcal{A}_0$ minimise la fonctionnelle $\mathcal{J}(y, v) = \frac{1}{2} \|y\|_{L^2(Q_T)}^2 + \frac{1}{2} \|v\|_{L^2(0, T)}^2$ sur toutes les paires état-contrôle pour

$$\begin{cases} \partial_{tt} Y_k^1 - \partial_{xx} Y_k^1 + f'(y_k) Y_k^1 = \partial_{tt} y_k - \partial_{xx} y_k + f(y_k), & Q_T, \\ Y_k^1(0, t) = 0, \quad \partial_x Y_k^1(1, t) = V_k^1 & (0, T). \end{cases}$$

Alors $(y_k, v_k)_{k \in \mathbb{N}}$ converge fortement vers une paire état-contrôle pour (1) avec une convergence au moins linéaire, puis au moins d'ordre $1 + \alpha$ après un nombre fini d'itérations.

En particulier, on présentera quelques éléments de la preuve basée sur l'obtention d'une inégalité d'observabilité pour une équation des ondes linéaire obtenue en adaptant [2] puis des simulations numériques seront commentées pour illustrer le résultat.

[1] A. Münch, E. Trélat. *Constructive exact control of semilinear 1d wave equations by a least-squares approach*. SIAM Journal on Control and Optimization, **60(2)**, 652–673, 2022. doi : 10.1137/20M1380661.

[2] E. Zuazua. *Exact controllability for semilinear wave equations in one space dimension*. In *Annales de l'Institut Henri Poincaré C, Analyse non linéaire*, vol. 10, pp. 109–129. Elsevier, 1993.

Sur le contrôle des systèmes LTI avec commandes $(H^1)'$

Lucas DAVRON, Ceremade - Paris

On considère un système “Linear and time invariant” (LTI) dont la loi d'évolution se met sous la forme

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ x(0) &= x_0, \end{cases} \quad (1)$$

où $x(t)$ (resp. $u(t)$) est l'état du système (resp. la valeur du contrôle exercée sur le système) au temps t . Cette classe de système est pertinente car elle modélise un grand nombre de problèmes de contrôle pour des EDP linéaires. Par soucis de clarté on fera les hypothèses (non essentielles) suivantes :

- $x(t) \in X$, où l'espace d'état X est un Hilbert séparable,
- $u(t) \in U$, où l'espace des commandes U est un Hilbert séparable,
- l'opérateur de dynamique A est un opérateur non borné sur X , qui engendre un semi-groupe fortement continu sur X ,
- l'opérateur de contrôle B est linéaire et continu de U dans X .

On se donne de plus un horizon temporel fini $0 < T < \infty$. Dans ces conditions, il est classique que pour toute donnée initiale $x_0 \in X$ et toute loi de commande $u(\cdot) \in L^1(0, T; U)$, on dispose d'une unique solution $x(\cdot) \in C([0, T]; X)$ à (1). Un problème général de contrôlabilité est alors de contrôler exactement le système (1), c'est à dire de décider si

$$\forall x_0, x_T \in X, \quad \exists u(\cdot) \in L^1(0, T; U), \quad x(T) = x_T.$$

On considère ici la possibilité de prendre $u(\cdot) \in (H^1(0, T; U))^*$, ce qui est avantageux du point de vue de la théorie du contrôle puisque $(H^1(0, T; U))^*$ est un espace plus grand que $L^1(0, T; U)$. À notre connaissance, cet espace fonctionnel n'a été considéré en théorie du contrôle des EDP que pour des problèmes hyperboliques d'ordre 2 (en majorité des équations des ondes comme dans [1]), et rien n'est connu pour ces lois de commande dans le cas d'un système aussi général que (1).

Dans un premier temps on donnera sens à $x(\cdot)$ et $x(T)$ lorsque $u(\cdot) \in (H^1(0, T; U))^*$. Pour simplifier, on prendra systématiquement $x_0 = 0$ dans (1), ce qui n'est pas restrictif en vertu du principe de superposition. Sous ces conditions, l'application $u(\cdot) \mapsto (x(\cdot), x(T))$ admet un unique prolongement linéaire et continu de $(H^1(0, T; U))^*$ vers $L^2(0, T; D(A^*)) \times X$. Pour $u(\cdot) \in (H^1(0, T; U))^*$ on notera encore $x(\cdot)$ et $x(T)$ les objets étendus. Bien que commode, cette notation induit quelques subtilités. D'une part, la fonction $x(\cdot)$ peut ne pas posséder la régularité suffisante afin de disposer d'une valeur bien définie en $t = T$. Il est en effet possible en toute généralité, en supposant $B \neq 0$, de construire des lois de commandes $u(\cdot)$ telles que $x(\cdot)$ n'est essentiellement bornée sur aucun sous-intervalle non trivial de $[0, T]$. D'autre part, même si $x(\cdot)$ est une fonction lisse, sa valeur en $t = T$ ne coïncide pas nécessairement avec $x(T)$.

Dans un second temps on considérera des lois de commande choisies dans l'espace $H^{-1}(0, T; U) := (H_0^1(0, T; U))^*$, et on verra que la possibilité de choisir de tels contrôles est loin d'être évidente. D'une part, on donnera une condition suffisante pour que de tels contrôles permettent de faire sens de $x(T)$ comme au paragraphe précédent. D'autre part, on proposera un exemple élémentaire pour lequel il est impossible de prendre des lois de commande dans $H^{-1}(0, T; U)$.

Références

- [1] J.-L. LIONS. *Contrôlabilité exacte, perturbations et stabilisation de systèmes distribués. Tome 1.* 1988.

Contact : davron@ceremade.dauphine.fr

Point-wise dissipation conditions in input-to-state stability of time-delay systems and Fredholm backstepping methods for spectral operators

Epiphane LOKO, CERMICS/L2S - ENPC Amaury HAYAT, CERMICS - ENPC

Antoine CHAILLET, L2S - Paris Saclay

Motivation : The stability analysis in control theory, allows to know the behaviour of systems at infinity. For finite dimension systems, there exist some useful approaches to characterize stability which are very handy in practice. We are interesting of whether we can extend some of these to certain infinite dimension systems.

I- Input-to-state stability of time-delay system. Consider the following class of time-delay system :

$$\dot{x}(t) = f(x_t, u(t)), \quad (1)$$

where $x_t \in C^0([-\Delta, 0], \mathbb{R}^n)$ is defined by $x_t(s) := x(t+s)$, $\Delta > 0$ is the maximum delay, u is the input and f is Lipschitz on bounded sets with $f(0, 0) = 0$. In order to further the robustness properties of (1), we address its input-to-state stability (ISS), which is the stability that takes account of disturbances. The existing Lyapunov-Krasovskii functional (LKF) tool to ensure ISS for system (1) requires the so called LKF-wise dissipation meaning that the LKF V satisfies $\dot{V} \leq -\alpha(V) + \gamma(|u|)$. But, for input free system ($u = 0$), only the point-wise dissipation ($\dot{V} \leq -\alpha(|x(t)|)$) is required to ensure global asymptotic stability for the system. As the dissipation rate α involves the current value of the system's solution in the point-wise dissipation, it is more easier to obtain in practice than the LKF one for which α involves the functional V itself. In [2], we provide some conditions to ensure ISS of (1) with the point-wise dissipation. Roughly speaking, we state the following :

Theorem 1. *Assume that there exists a LKF V which dissipates point-wisely. Then if the dissipation rate dominates its maximal increase along the system's solution at infinity, the system (1) is ISS.*

We show through examples that the obtained conditions are more general than the existing techniques. Some other LKF-wise dissipation constructions will be mentioned [1].

II-Backstepping stabilization of PDE. Consider now the following control system

$$\partial_t v = \mathcal{A}v + Bw, \quad (2)$$

where \mathcal{A} is a differential operator which generates a C^0 semigroup $e^{t\mathcal{A}}$, B is a given operator and w is the control. We would like to find a feedback law $w(t) = Kv(t)$ such that the system (2) is exponentially stable meaning all the solutions converge exponentially quickly to 0. A classical way to do that is by the so-called backstepping method which has met significant success for finite dimension systems. Using duality and compactness analysis, this method was extended to some infinite dimension systems namely when \mathcal{A} is skew-adjoint, self-adjoint, etc... But until now, there is no backstepping-based result for general spectral operator \mathcal{A} . In [3], we provide some conditions to stabilize (2) for spectral operator \mathcal{A} in general using backstepping.

Theorem 2. *Consider the control system (2). Assume that the family of eigenvectors of \mathcal{A} forms a Riesz basis and its eigenvalues λ_n satisfy $\lambda_n \sim n^\alpha$, $\alpha > 1$ and for any $\lambda > 0$, $|\lambda_n - \lambda_m + \lambda| \gtrsim |\lambda_n - \lambda_p| \gtrsim n^{\alpha-1}|n-m|$. Then, for any uniformly bounded from above and below B , there exists bounded linear feedback K such that the closed loop system $\partial_t v = \mathcal{A}v + BKv$ is exponentially stable.*

[1] E. Loko, A. Chaillet, and I. Karafyllis. Building coercive Lyapunov–Krasovskii functionals based on Razumikhin and Halanay approaches. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2024.

[2] E. Loko, A. Chaillet, Y. Wang, I. Karafyllis, and P. Pepe. Novel point-wise dissipation conditions to ensure input-to-state stability of time-delay systems. In process. 2024.

[3] E. Loko and A. Hayat. Fredholm backstepping for general linear systems. In process. 2024.

Contact : dagbegnon.loko@enpc.fr

Inégalités de Carleman pour une poutre de Timoshenko et applications

Carole LOUIS-ROSE, LAMIA - Pointe-à-Pitre

Thomas NANCY, LAMIA - Pointe-à-Pitre

Louis TEBOU, Department of Mathematics and Statistics, FIU - Miami

Dans cet exposé, nous cherchons à démontrer des inégalités de Carleman pour une poutre de Timoshenko. L'un des résultats principaux que nous avons obtenu est le suivant :

Théorème 1. Soit $(u, v) \in [H^1(Q)]^2$ solution du système de Mindlin-Timoshenko suivant :

$$\begin{cases} \rho_1 u_{tt} - K(u_x + v)_x + p(x, t)u = \hat{\mathcal{P}}_1 u \text{ sur } Q =]0, T[\times]0, L[, \\ \rho_2 v_{tt} - \sigma v_{xx} + K(u_x + v) + q(x, t)v = \hat{\mathcal{P}}_2 v \text{ sur } Q, \\ u(0, \cdot) = v_x(0, \cdot) = 0 \text{ sur }]0, T[, \\ u_x(L, \cdot) + v(L, \cdot) = 0, \quad v_x(L, \cdot) = 0 \text{ sur }]0, T[, \end{cases} \quad (1)$$

où $\rho_1, \rho_2, K, \sigma$ sont des constantes strictement positives et p, q sont des fonctions mesurables bornées.

Soit la fonction ϕ définie sur \bar{Q} par $\phi(x, t) = \mu(x) - \gamma \left(t - \frac{T}{2}\right)^2 + K$, où $\mu \in C^2([0, L])$, $\gamma > 0$ et $K > 0$ est une constante telle que $\phi \geq 0$ sur \bar{Q} . Soit la fonction poids φ définie sur \bar{Q} par $\varphi(x, t) = e^{\lambda \phi(x, t)}$ avec $\lambda > 0$.

Posons : $\alpha_0 = \min \left\{ \frac{K}{\rho_1}, \frac{\sigma}{\rho_2} \right\}$ et $\mu_0 = \min_{[0, L]} \mu_{xx}$.

On suppose que : $\frac{\alpha_0}{2} \mu_0 > \gamma$, $\mu_x > 0$ sur $[0, L]$ et $T > \frac{2}{\mu_0 \sqrt{\alpha_0}} \max_{[0, L]} \mu_x$.

De plus, nous supposons : $\sqrt{2} \min_{[0, L]} \mu_x > \max_{[0, L]} \mu_x$.

Il existe alors $s_0 \geq 1$ et $C > 0$ tels que, pour tout $s \geq s_0$, on ait l'inégalité de Carleman suivante :

$$\begin{aligned} s \int_Q e^{2s\varphi} \left((v_t)^2 + (u_t)^2 + (v_x)^2 + (u_x)^2 + s^2(v^2 + u^2) \right) dx dt &\leq C \int_Q e^{2s\varphi} \left((\hat{\mathcal{P}}_1 u)^2 + (\hat{\mathcal{P}}_2 v)^2 \right) dx dt \\ &\leq Cs \int_0^T e^{2s\varphi(L, t)} \left(\chi^2(t) \left(v_t^2(L, t) + u_t^2(L, t) \right) + s^2 \left(v^2(L, t) + u^2(L, t) \right) \right) dt, \end{aligned} \quad (2)$$

où $\chi \in C^2([0, T])$ est la fonction définie par

$$\chi(0) = 0 = \chi(T) \text{ et } \chi \equiv 1 \text{ sur }]\epsilon T, (1 - \epsilon)T[\text{ avec } \epsilon \text{ dans } \left] 0, \frac{1}{2} \right[\text{ proche de zéro.} \quad (3)$$

Pour démontrer cela, nous avons établi des inégalités de Carleman pour une équation des ondes en imposant des conditions homogènes soit de type Dirichlet ou Neumann mais uniquement en 0. Nous avons ensuite appliqué ces inégalités à notre système de départ.

Les résultats obtenus sont un complément à ceux de la littérature présente où pour le système de Mindlin-Timoshenko, les conditions au bord considérées sont de type Dirichlet-Dirichlet.

Ils font aussi suite aux travaux que nous avons déjà réalisés, où nous avons considéré le cas où les conditions au bord sont de type Dirichlet-Neumann.

Contact : thomas.nancy@univ-antilles.fr

Stabilisation d'un système de transmission entre un matériau élastique et une plaque de Mindlin-Timoshenko

Carole LOUIS-ROSE, laboratoire LAMIA - Université des Antilles

Ali PERINA, laboratoire LAMIA - Université des Antilles

Louis TEBOU, Department of Mathematics and Statistics - FIU - Miami

Résumé

Dans cet exposé, on s'intéresse à la stabilisation d'un système de transmission entre une plaque de Mindlin-Timoshenko partiellement amortie et un corps élastique sans amortissement. On peut voir les deux matériaux comme faisant partie d'un domaine borné, la plaque étant un voisinage du bord et le matériau élastique étant entouré par la plaque. On a des conditions de transmission usuelles à l'interface. L'amortissement apparaît uniquement dans les équations décrivant le mouvement des angles de rotation d'un filament. Nous démontrons que si les vitesses de propagation des ondes dues à la plaque sont égales, tandis que les constantes de Lamé du matériau élastique sont supérieures ou égales à celles de la plaque, alors ce système est exponentiellement stable. Toutes choses étant égales si les vitesses des ondes dues à la plaque sont distinctes, alors ce système est polynômialement stable. Ces résultats améliorent les résultats de stabilisation de la plaque de Mindlin-Timoshenko avec amortissement linéaire frictionnaire.

Notre résultat principal est le suivant :

Théorème 1. *Supposons que $\frac{k}{\rho_1} = \frac{2\mu_1 + \lambda_1}{\rho_2}$, $\rho_2 \geq \rho_0$, $\mu_1 \leq \mu_0$ et $\mu_1 + \lambda_1 \leq \mu_0 + \lambda_0$. Alors il existe des constantes positives C et ζ telles que*

$$E(t) \leq C e^{-\zeta t} E(0), \forall t \geq 0.$$

où l'énergie est définie par :

$$E(t) = \frac{1}{2} \int_G \rho_1 |y_t|^2 + \rho_2 |z_t|^2 + k |\nabla y + z|^2 + \mu_1 |\nabla z|^2 + (\lambda_1 + \mu_1) (\operatorname{div} z)^2 dx \\ + \frac{1}{2} \int_P \rho_0 |q_t|^2 + \mu_0 |\nabla q|^2 + (\lambda_0 + \mu_0) (\operatorname{div} q)^2 dx$$

De plus, quand $\frac{k}{\rho_1} \neq \frac{2\mu_1 + \lambda_1}{\rho_2}$, $\rho_2 \geq \rho_0$, $\mu_1 \leq \mu_0$ et $\mu_1 + \lambda_1 \leq \mu_0 + \lambda_0$, il existe une constante positive C telle que

$$E(t) \leq C \frac{\|Z^0\|_V^2}{1+t}, \forall Z^0 \in V, \forall t \geq 0,$$

où V un espace de Hilbert approprié et Z^0 représente l'état initial de notre système.

Thèse en préparation.

Contact : ali.perina.g2a@gmail.com

Réseaux neuronaux informés par la physique pour la conduction thermique avec changement de phase

Bahae-Eddine MADIR, LMRS - Rouen **Ionut DANAILA**, LMRS - Rouen

Francky LUDDENS, LMRS - Rouen **Corentin LOTHODÉ**, LAREMA - Angers

Le problème de Stefan est un célèbre problème de frontière libre : il décrit l'évolution conjointe d'une phase liquide et d'une phase solide dans le cadre du transfert de chaleur par conduction. C'est une question également examinée en 1831 par Lamé et Clapeyron en relation avec les problèmes de formation de la glace dans les mers polaires.

Le problème de Stefan consiste à trouver la distribution de température dans un domaine subissant une transition de phase liquide-solide, ainsi qu'à déterminer la position de la frontière libre définissant l'interface de transition. Cette dernière est identifiable grâce aux conditions dites de Stefan qui sont dérivées de la conservation de l'énergie ou d'autres lois physiques régissant l'interface de transition de phase.

Dans cette présentation, nous explorons la résolution du problème de Stefan en utilisant des réseaux neuronaux informés par la physique (PINNs) [1]. Pour certaines configurations du problème de Stefan, l'application de la méthode PINN peut poser des difficultés lors du processus d'apprentissage, en particulier à proximité de l'interface de transition de phase. Nous examinerons diverses stratégies pouvant être adoptées dans ce contexte et évaluerons leur efficacité.

- [1] M. Raissi, P. Perdikaris, G. Karniadakis. *Physics-informed neural networks : A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations*. Journal of Computational Physics, **378**, 686–707, 2019. doi : <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.10.045>.

Contact : bahae-eddine.madir@univ-rouen.fr

Méthode de contraste de source pour la cartographie électromagnétique en imagerie médicale

Stephanie LOHRENGEL, LMR UMR CNRS 9008 - Reims

Charlotte MILANO, LMR UMR CNRS 9008 - Reims

Stéphanie SALMON, LMR UMR CNRS 9008 - Reims

La connaissance précise des propriétés électromagnétiques (Eps), permittivité (ϵ) et conductivité (σ), des tissus du corps humain est un enjeu majeur de santé. En effet, il a été montré que l'estimation de ces propriétés peuvent fournir des informations sur les tissus sains et pathologiques, et ainsi aider à détecter des maladies comme le cancer. De plus, la simulation numérique des dispositifs d'imagerie par résonance magnétique (IRM) est fortement recommandée afin de garantir les standards internationaux de sécurité du patient pendant l'examen.

Dans cet exposé, nous présenterons une méthode appelée "Contrast Source Inversion" (CSI) qui a pour objectif de reconstruire les propriétés électromagnétiques des tissus à partir de données d'ondes radio fréquence émises par des appareils IRM.

Dans un premier temps, des données synthétiques ont été obtenues par la simulation par éléments finis du champ électromagnétique émis par une antenne de type "birdcage coil". L'observable en IRM est alors une combinaison du champ magnétique complexe H , tel que $f_{\text{data}} = B_1^+ = \frac{H_x + iH_y}{2}$, collectée sur un domaine D .

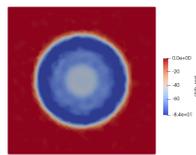
La méthode CSI reformule le problème inverse comme la minimisation d'une fonction coût F au sens des moindres carrés où F représente la somme pondérée de l'erreur entre l'équation de données (ρ) et l'équation d'état (r) :

$$F[w, \chi] = \frac{\eta}{2} \|\rho[w]\|_D^2 + \frac{\eta_D}{2} \|r[w, \chi]\|_D^2 \quad (1)$$

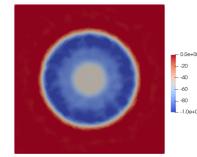
Ici, $\chi = 1 - \epsilon_r$ est la fonction de contraste (où ϵ_r , la permittivité relative, dépend de ϵ et σ). La fonction de contraste de sources w définit par $w = \chi E^{\text{tot}}$ agit comme un terme de source dans un problème aux limites dont l'opérateur ne dépend que des valeurs (connues) du fond et E^{tot} le champ électrique total. η et η_D sont des coefficients de normalisation et $\|\cdot\|_D$ représente la norme L^2 sur le domaine D . Des résultats sur des configurations académiques avec des données synthétiques seront présentées, ainsi que des premiers résultats avec des données expérimentales.



(a) Birdcage Coil



(b) $\Re(\chi)$



(c) $\Im(\chi)$

Références

- [1] P. van den Berg and A. Abubakar *A contrast source inversion method*. Inverse Problems 13 1607 (1997).
- [2] Alessandro Arduino, Lucas Zilberti, Mario Chiampin Oriano Bottauscio. *CSI-EPT in Presence of RF-Shield for MR-Coils*. IEEE Transactions on medical imaging, 36(7), (2017).

Contact : charlotte.milano@univ-reims.fr

Une preuve assistée par ordinateur pour un état stationnaire d'un modèle de chimiotaxisme

Maxime PAYAN, CMAP - Palaiseau

Dans cet exposé, on va parler du modèle de chimiotaxisme suivant (1) et de la méthode utilisée pour établir l'existence de solution.

$$\begin{cases} \partial_t u = \Delta(\gamma(v)u) + \sigma u(1-u) & \text{in } (0, \infty) \times \Omega, \\ \partial_t v = d\Delta v + u - v & \text{in } (0, \infty) \times \Omega, \\ \partial_n(\gamma(v)u) = 0 = \partial_n v & \text{on } (0, \infty) \times \partial\Omega. \end{cases} \quad (1)$$

On étudie les états stationnaires de ce système, où la motilité γ est une fonction décroissante de la concentration de l'espèce chimique v agissant sur la concentration de l'espèce chimique u . Le paramètre logistique σ et le paramètre de diffusion d sont positifs. Afin de capter les différents équilibres qui parfois coexistent, on utilise une méthode assistée par ordinateur : Etant donné une solution numérique approchée (\bar{u}, \bar{v}) , on applique un théorème de point fixe dans un petit voisinage de (\bar{u}, \bar{v}) pour prouver l'existence d'une solution théorique (u^*, v^*) . Cela nous permet d'étudier rigoureusement les états stables du système (1) de manière plus approfondie que ce qu'il était possible de faire auparavant "à la main". Cette méthode repose sur la décomposition en série de Fourier de nos solutions, ce qui est commun dans la littérature, mais d'ordinaire cela reste restreint à des systèmes d'équations avec des non-linéarités polynomiales (voir [1]). Ce n'est pas le cas ici, γ étant une fraction rationnelle ou une exponentielle décroissante. On présentera la manière de traiter ces non-linéarités non-polynomiales dans le contexte de preuves assistées par ordinateur avec les séries de Fourier. Plus précisément, on donnera la preuve et la méthodologie pour établir le Théorème 1, qui sont aussi dans l'article [2], en offrant plus de perspective.

Théorème 1. Soient \bar{u} et \bar{v} les fonctions tracées sur la Figure 1. Ils existent des états stationnaires réguliers (u^*, v^*) du système 1 avec les données suivantes $\sigma = 0.053$, $d = 1$, $\Omega = (0, 3\pi)$ and $\gamma(x) = \frac{1}{1+x^9}$. Cette solution, (u^*, v^*) , vérifient

$$\sup_{x \in \Omega} |u^*(x) - \bar{u}(x)| + \sup_{x \in \Omega} |v^*(x) - \bar{v}(x)| \leq 2.5197 \times 10^{-8}.$$

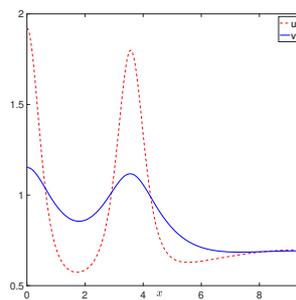


FIGURE 1 – Un état stationnaire approché de (1), associé au Théorème 1.

- [1] M. Breden. *Computer-assisted proofs for some nonlinear diffusion problems*. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, **109**, 106292, 2022.
- [2] M. Breden, M. Payan. *Computer-assisted proofs for the many steady states of a chemotaxis model with local sensing*. arXiv preprint arXiv :2311.13896, 2023.

Contact : maxime.payan@polytechnique.edu

Exploring the Significance of Graphs in Image Processing and Computer Vision Applications

Wieke PRUMMEL, MIA (Mathématiques, Image et Applications) - La Rochelle
Anastasia ZAKHAROVA, MIA (Mathématiques, Image et Applications) - La Rochelle
Thierry BOUWMANS, MIA (Mathématiques, Image et Applications) - La Rochelle

Graph-based techniques are widely used in image processing and computer vision for tasks such as image recognition, tracking, or traffic flow predictions. These models show interesting performance, but generally omit to detail the usefulness of employing undirected graphs. This study is driven by a pivotal inquiry : What makes graphs compelling for applications in image processing and computer vision ? An important aspect for object recognition pertains to understanding the relationships among various objects within images or videos. As a result, edges on weighted graphs can be characterized as functions of pixel distance and intensity variations. The graph edges represent the probabilistic dependencies between the random variables (nodes) that make up the data in these models. By employing graphs, these models represent complex probability distributions sparsely in high-dimensional spaces. Graphs are utilized in these configurations not just to index the data but also to show relationships, similarities, and dependencies inherent in the data. In image processing and computer vision, graphs represent objects, parts, and spatial relationships between adjacent or far-off pixels, image regions, and features. Therefore, we will first discuss the advantages of transforming image and video data into graphs. To achieve this, we will delineate the information that can be extracted from a pixel region using graphs, contrasting it with the inherent properties of the pixel region. To assess the significance of extracting higher-dimensional data, we will compare Convolutional Neural Network (CNN) based approaches, such as ConvNet-GT and ConvNet-IUTIS [1], to our GraphIMOS [3] approach, based on Graph Convolutional Networks (GCNs) [2], to demonstrate that graphs facilitate improved discrimination between pixel regions for moving object segmentation. Finally, we will present some applications, as well as qualitative and quantitative results.

- [1] M. Braham, M. Van Droogenbroeck. *Deep background subtraction with scene-specific convolutional neural networks*. In *2016 international conference on systems, signals and image processing (IWSSIP)*, pp. 1–4. IEEE, 2016.
- [2] T. N. Kipf, M. Welling. *Semi-supervised classification with graph convolutional networks*. arXiv preprint arXiv :1609.02907, 2016.
- [3] W. Prummel, J. H. Giraldo, A. Zakharova, T. Bouwmans. *Inductive graph neural networks for moving object segmentation*. In *2023 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, pp. 2730–2734. IEEE, 2023.

Contact : wieke.prummel@univ-lr.fr

Peut-on entendre la forme d'une pièce ?

Antoine DELEFORGE, IRMA, univ. Strasbourg - Strasbourg

Cédric FOY, Cerema - Strasbourg

Yannick PRIVAT, IECL, univ. Lorraine et IUF - Nancy

Tom SPRUNCK, IRMA, univ. Strasbourg - Strasbourg

On considère le problème inverse consistant à retrouver la géométrie d'une salle à partir de mesures acoustiques. Plus précisément : étant donné une mesure en temps discret de la propagation d'une impulsion sonore depuis une source ponctuelle et omnidirectionnelle jusqu'à une antenne de microphones (appelée RIR ou *Room Impulse Response*), peut-on estimer la géométrie de la pièce ? Le champ de pression résultant d'une impulsion sonore émise au temps $t = 0$ et à la position $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$ est solution d'une équation des ondes avec un terme source Dirac, et les phénomènes d'absorption et de réflexion des ondes sonores au niveau des murs sont généralement modélisées à l'aide de conditions au bord dites d'admittance [3] :

$$\begin{cases} \frac{1}{c^2} \partial_t^2 p(\mathbf{r}, t) - \Delta p(\mathbf{r}, t) = \delta_0(t) \delta_{\mathbf{r}_0}(\mathbf{r}) & (\mathbf{r}, t) \in \Omega \times \mathbb{R}_+ \\ \partial_n p(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \beta(\mathbf{r}, \cdot) * p(\mathbf{r}, \cdot)(t) = 0 & (\mathbf{r}, t) \in \partial\Omega \times \mathbb{R}_+. \end{cases} \quad (1)$$

En pratique on traite plutôt ce problème dans le domaine fréquentiel, ce qui revient à considérer une équation de Helmholtz à chaque nombre d'onde k avec des conditions au bord de type Robin, ou Neumann si l'on considère des parois parfaitement réfléchissantes :

$$\begin{cases} \Delta \tilde{p}(\mathbf{r}, k) + k^2 \tilde{p}(\mathbf{r}, k) = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}^{\text{src}}) & \mathbf{r} \in \Omega \\ \partial_n \tilde{p}(\mathbf{r}, k) + ik \tilde{\beta} \tilde{p}(\mathbf{r}, k) = 0 & \mathbf{r} \in \partial\Omega \end{cases} \quad (2)$$

Le problème inverse est ainsi de retrouver la position des murs d'une salle polygonale ou polyédrique à l'aide d'observations de la solution des systèmes (1) ou (2). Dans le cas de conditions de Neumann, la représentation du champ de pression fournie par la méthode dite des sources images [1] permet une résolution du problème à l'aide de techniques de super-résolution [5], au moins dans le cas de pièces rectangulaires. Dans le cadre de géométries polyédriques quelconques, nous proposons de formuler cette question comme un problème d'optimisation de forme. Une difficulté de cette approche résulte du manque de régularité au niveau des sommets des polygones qui cause l'apparition de termes tangentiels dans la formule de dérivée de forme [4]. La méthode des solutions fondamentales permet une résolution numérique efficace et sans maillage du système (2) en 2D, sous réserve d'ajuster la base de solutions pour gérer les irrégularités [2], l'objectif final étant de mettre en place un algorithme itératif de descente de gradient de forme.

- [1] J. B. Allen, D. A. Berkley. *Image method for efficiently simulating small-room acoustics*. Journal of the Acoustical Society of America, **65**, 943–950, 1976.
- [2] P. R. Antunes, S. S. Valtchev. *A meshfree numerical method for acoustic wave propagation problems in planar domains with corners and cracks*. Journal of Computational and Applied Mathematics, **234(9)**, 2646–2662, 2010.
- [3] M. Bruneau. *Fundamentals of acoustics*. John Wiley & Sons, 2013.
- [4] A. Laurain. *Distributed and boundary expressions of first and second order shape derivatives in nonsmooth domains*. Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, **134**, 328–368, 2020.
- [5] T. Sprunck, A. Deleforge, Y. Privat, C. Foy. *Gridless 3d recovery of image sources from room impulse responses*. IEEE Signal Processing Letters, **29**, 2427–2431, 2022.

Contact : tom.sprunck@unistra.fr

Learning non-canonical Hamiltonian dynamics

Clémentine COURTÈS, Inria & IRMA - Strasbourg

Emmanuel FRANCK, Inria & IRMA - Strasbourg

Michael KRAUS, Max Planck Institute for Plasma Physics - Garching bei München

Laurent NAVORET, Inria & IRMA - Strasbourg

Léopold TRÉMANT, Inria & IRMA - Strasbourg

We want to study the application of machine learning to some differential equations. Specifically here, we are interested in non-canonical Hamiltonian problems, i.e. vector fields characterized by a symplectic form (non-canonical) and an invariant energy (Hamiltonian). Such problems include many plasma particle models and planar point vortices.

By learning a symplectic form and a Hamiltonian rather than a vector field without structure, the authors in [1] demonstrate that not only is short-time accuracy correct, but the long-time properties such as energy preservation are then also verified. However, they validate the learnt dynamics with simulations which use standard numerical methods that are ill-adapted for long-time simulation of such geometric problems. When using a more relevant scheme from [2], we surprisingly observed that the learnt problem behaves poorly for large time-steps, indicating that their method needs amending for long-time integration.

In this talk, we will present another method of learning, which is based on snapshots and numerical integrators. Crucially, the learnt dynamics are then compatible with geometric numerical schemes and therefore useful for long-time integration. This method will be validated on problems from plasma physics, notably the guiding center model. We will also detail some counter-intuitive properties of this method, offering insight on snapshot-based learning.

- [1] Y. Chen, T. Matsubara, T. Yaguchi. *Neural Symplectic Form : Learning Hamiltonian Equations on General Coordinate Systems*. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 34, pp. 16659–16670. Curran Associates, Inc., 2021.
- [2] C. L. Ellison, J. M. Finn, J. W. Burby, M. Kraus, H. Qin, W. M. Tang. *Degenerate variational integrators for magnetic field line flow and guiding center trajectories*. *Physics of Plasmas*, **25(5)**, 052502, 2018. doi :10.1063/1.5022277.

Contact : tremant@math.unistra.fr

Linear Landau damping and instabilities in fluid-particles interaction

Christophe BUET, CEA-DAM -

Bruno DESPRÉS, Laboratoire Jacques Louis Lions - Paris

Victor FOURNET, CEA-DAM/Laboratoire Jacques Louis Lions - Paris

Under appropriate assumptions, a collisionless electrostatic plasma is well-described by the Vlasov-Poisson system. It is known since the seminal work of Landau that such plasma can exhibit a damping of the electric field for large times.

We present new results of linear damping properties for solution of a fluid particles model,

$$\begin{cases} \partial_t f + \mathbf{v} \cdot \nabla_x f - \nabla_x p(\varrho) \cdot \nabla_v f + D_\star \nabla_v \cdot ((\mathbf{u} - \mathbf{v})f) = 0 \\ \partial_t(\alpha\varrho) + \nabla_x \cdot (\alpha\varrho\mathbf{u}) = 0 \\ \partial_t(\alpha\varrho\mathbf{u}) + \nabla_x \cdot (\alpha\varrho\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + \alpha \nabla_x p(\varrho) = D_\star \int_{\mathbf{R}^3} (\mathbf{v} - \mathbf{u})f dv. \end{cases} \quad (1)$$

We linearize the system around solutions which are space homogenous and of maxwellian type for the particles, and we write the dispersion relation of the system in a similar manner to what is standard for the Vlasov-Poisson system. The main result [1] is that the acoustic energy is damped as $O(e^{-\lambda t} \cos(\omega t))$ with $\lambda > 0$, where $z = \omega - i\lambda$ is the root with the smallest imaginary part of the new dispersion relation. This dispersion relation is also used to characterize the particles profiles which are linearly unstable

To validate the theory, we assembled a numerical method based on a third order semi-lagrangian scheme for the Vlasov part coupled with a standard finite volume scheme for the gas part. The numerical results show that the damping and instabilities effects predicted by the linearized equations is observed both in the linear and the nonlinear simulations.

Références

- [1] C. Buet, B. Després, V. Fournet. *Analog of Linear Landau Damping in a coupled Vlasov-Euler system for thick sprays*, 2023. <https://hal.science/hal-04265990>, hal-04265990. Submitted.

- [1] C. Buet, B. Després, V. Fournet. *Analog of Linear Landau Damping in a coupled Vlasov-Euler system for thick sprays*, 2023. <https://hal.science/hal-04265990>, hal-04265990. Submitted.

Contact : victor.fournet@sorbonne-universite.fr

A proof of Marchal's conjecture: from the Lagrange triangle to the figure eight

Olivier HÉNOT, Centre de Mathématiques Appliquées (École Polytechnique) - Saclay

In the N -body problem, *choreographies* are periodic solutions where N equal masses follow each other along a closed curve. Each mass takes periodically the position of the next after a fixed interval of time. In 1993 [3], Moore discovers numerically a choreography for $N = 3$ in the shape of an *eight*. The proof of its existence is established in 2000 by Chenciner and Montgomery [1]. In the same year [2], Marchal publishes his work on the most symmetric family of spatial periodic orbits, leaving the center manifold of the Lagrange triangle by continuation with respect to the period. This continuation class is referred to as the P_{12} family. Noting that the figure eight possesses the same twelve symmetries than the P_{12} family, the author claims that it ought to belong to P_{12} . This is known as *Marchal's conjecture*.

In this talk, we present a constructive proof of Marchal's conjecture. We formulate a one parameter family of functional equations, whose zeros correspond to periodic solutions satisfying the symmetries of the P_{12} family; the frequency of a rotating frame is used as the continuation parameter. The goal is then to prove the uniform contraction of a mapping, in a neighbourhood of an approximation of the family of choreographies starting at the Lagrange triangle and ending at the figure eight. The contraction is set in the Banach space of rapidly decaying Fourier-Chebyshev series coefficients. While the Fourier basis is employed to model the temporal periodicity of the solutions, the Chebyshev basis captures their parameter dependence. In this framework, we obtain a high-order approximation of the family as a finite number of Fourier polynomials, where each coefficient is itself given by a finite number of Chebyshev polynomials. The contraction argument hinges on the local isolation of each individual choreography in the family. However, symmetry breaking bifurcations occur at the Lagrange triangle and the figure eight. At the figure eight, there is a translation invariance in the x -direction. We explore how the conservation of the linear momentum in x can be leveraged to impose a zero average value in time for the choreographies. Lastly, at the Lagrange triangle, its (planar) homothetic family meets the (off-plane) P_{12} family. We discuss how a blow-up (as in "zoom-in") method provides an auxiliary problem which only retains the desired P_{12} family.

- [1] A. Chenciner, R. Montgomery. *A remarkable periodic solution of the three-body problem in the case of equal masses*. *Annals of mathematics*, **152**, 881–901, 2000. doi :10.2307/2661357.
- [2] C. Marchal. *The three-body problem*, vol. 4 of *Studies in Astronautics*. Elsevier Science Publishers, B.V., Amsterdam, 1990. With a foreword by Victor Szebehely, With French, Russian, German, Spanish, Japanese, Chinese and Arabic summaries.
- [3] C. Moore. *Braids in classical dynamics*. *Physical Review Letters*, **70**, 3675–3679, 1993. doi : 10.1103/PhysRevLett.70.3675.

Contact : olivier.henot@polytechnique.edu

Étude théorique et numérique d'équations de Schrödinger non linéaire avec des termes de défaut

Laurent DI MENZA, Université de Reims Champagne-Ardenne - Reims
Olivier GOUBET, Université de Lille - Lille
Jade LE QUENTREC, Université de Reims Champagne-Ardenne - Reims

Dans cet exposé, nous présentons l'étude de l'équation de Schrödinger faisant intervenir un terme de défaut, qui matérialise la présence d'une impureté le long d'une hypersurface Σ de \mathbb{R}^n dans le milieu non linéaire.

L'équation considérée s'écrit

$$i \frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + |u|^{2\sigma} u + Zu \delta_{\Sigma}$$

où δ_{Σ} désigne la mesure de Dirac sur Σ .

Dans un premier temps, nous adapterons les techniques déjà employées en l'absence de défaut à ce nouveau cadre, pour l'étude du caractère localement ou globalement bien posé et l'explosion en temps fini. Cela passera notamment par un cadre fonctionnel prenant en compte le terme singulier et une nouvelle identité du viriel.

Nous simulons ensuite sur machine le comportement de solutions particulières. Une attention particulière sera portée à la discrétisation du défaut en différences finies.

Références

- [1] R. T. Glassey. On the blowing up of solutions to the Cauchy problem for nonlinear Schrödinger equations. *Journal of Mathematical Physics*, 18(9) :1794–1797, August 2008.
- [2] Emna Hamraoui. Etude théorique et numérique de solutions d'équations de Schrödinger non linéaires avec défauts surfaciques. March 2017.
- [3] C. Sulem and P. L. Sulem. *The nonlinear Schrödinger equation : self-focusing and wave collapse*. Number 139 in Applied mathematical sciences. Springer, New York, 1999.

Contact : jade.le-quentrec@univ-reims.fr

Comportement asymptotique des solutions d'un modèle de chimiotaxie dégénéré non linéaire

Mazen SAAD, LMJL - Nantes

La formation de patterns dans divers systèmes biologiques a été attribuée aux instabilités de Turing dans les systèmes d'équations de réaction-diffusion.

Dans cet exposé, nous présentons une description mathématique rigoureuse de la dynamique des patterns des régions d'agrégation des individus biologiques possédant la propriété de chimiotaxie.

Nous identifions un modèle de chimiotaxie dégénéré non linéaire, modèle de Keller-Segel dégénéré, dans lequel un mécanisme de déstabilisation peut conduire à des solutions spatialement non homogènes.

Pour toute perturbation de la solution autour d'un état stable homogène, nous prouvons que son évolution non linéaire est dominée par la dynamique linéaire correspondante aux modes à croissance la plus rapide. Les résultats théoriques sont comparés à deux résultats numériques différents en deux dimensions d'espace.

Références

- [1] Y. Guo and H.J. Hwang. Pattern formation (I), (II) : the Keller-Segel Model, JDE 2010.
- [2] T. Hoang, H.J. Hwang. Turing instability in a general system. Nonlinear Analysis (2013).
- [3] G. Chamoun, M. Saad. and R. Talhouk. A coupled anisotropic chemotaxis-fluid model : The case of two-sidedly degenerate diffusion, CAMWA (2014).
- [4] G. Chamoun, M. Ibrahim, M. Saad, R. Talhouk, Asymptotic behavior of solutions of a nonlinear degenerate chemotaxis model. Discrete and Continuous Dynamical Systems, 2020.
- [5] M. Ibrahim, M. Saad, An efficient mixed finite volume-finite element methods for the capture of patterns for a volume-filling chemotaxis model, Computers and Math. With Applications, (2014).
- [6] E.F. Keller and L.A. Segel. The Keller-Segel model of chemotaxis (1970).
- [7] J.D. Murray, Mathematical biology II : spatial models and biomedical applications, Springer, 2003.

Weak and Global solutions for the one-dimension Boussinesq-Peregrine system under small bottom variation

Luc MOLINET, Institut Denis Poisson, Université de Tours, Université d'Orléans - Tours
Raafat TALHOUK, Léonard de Vinci Pôle Universitaire, Research Center - La Défense

The Boussinesq-Peregrine system is derived from the water waves system in presence of topographic variation under the hypothesis of shallowness and small amplitude regime. The system becomes significantly simpler (at least in the mathematical sens) under the hypothesis of small topographic variation. In this work we study the long time and global well-posedness of the Boussinesq-Peregrine system. First, We show the intermediate time well-posedness and the continuity of the associated flow map in the case of general topography (i.e. the amplitude of the bottom graph $\beta = O(1)$). The novelty resid in the functional siting, H^s , $s > \frac{1}{2}$. Second, We show that the results obtained in [1] still valid for the Boussinesq-Peregrine system under the hypothesis of small amplitude bottom variation (i.e. $\beta = O(\mu)$). More precisely we prove that, the system admits unconditional unique global solution in the Sobolev spaces of type $H^s(R)$, $s > \frac{1}{2}$, as well as the continuity of the associated flow map. Third, we establish the existence of a weak global solution in the Schonbek sense [2], i.e. existence of low regularity entropic solutions of the small bottom amplitude Boussinesq-Peregrine equations emanating from $u_0 \in H^1$ and ζ_0 in an Orlicz class as weak limits of regular solutions.

Références

- [1] L. Molinet, R. Talhouk and I. Zaiter. The Boussinesq Systems revisited. *Nonlinearity* **34**, (2021), 744-775.
- [2] M. E. Schonbek, Existence of Solutions to the Boussinesq System of Equations, *Journal of Differential Equations* **42** (1981), 325-352.

Contact : raafat.talhouk@devinci.fr

Well-posedness of a non-local ocean-atmosphere coupling model

Sophie THERY, University of Augsburg - Germany

Ocean-atmosphere interactions play a critical role in climate modeling and weather forecasting. Ocean and atmosphere models have been constructed separately by two distinct communities and numerical models couple them with a complex interface. We propose a translation of this coupled system into a global mathematical model in order to use the tools of analysis and study its well-posedness. We present a simplified model but realistic, i.e. containing the main ingredients of numerical models. This mathematical model is known as the coupled Ekman problem, considering vertical exchanges of the horizontal currents \mathbf{u}_α with $\alpha \in \{o, a\}$, the coriolis effect f , and the effect of small scales via turbulent viscosities ν . The particularity of this model is to consider the interface as a buffer zone delimited by the altitudes $\delta_o < 0 < \delta_a$ with interface conditions specific to the ocean-atmosphere coupling. These interface conditions lead to the dependence of viscosity profiles on the jumps of the current around the interface and make the global problem non-local :

$$\begin{aligned} \partial_t \mathbf{u}_\alpha - \partial_z (\nu_\alpha(z, u^*(t)) \partial_z \mathbf{u}_\alpha) &= \begin{pmatrix} 0 & -f \\ f & 0 \end{pmatrix} (\mathbf{u}_\alpha^g - \mathbf{u}_\alpha) && \text{sur } (\delta_\alpha, z_\alpha^\infty) \times]0, T[, \\ \mathbf{u}_\alpha(z_\alpha^\infty, t) &= \mathbf{u}_\alpha^g(z_\alpha^\infty, t) && \text{sur }]0, T[, \\ \mathbf{u}_\alpha(z, t=0) &= \mathbf{u}_\alpha^0(z) && \text{sur } [z_o^\infty, z_a^\infty], \\ \nu_o \partial_z \mathbf{u}_o(\delta_o, t) &= \lambda^2 \nu_a \partial_z \mathbf{u}_a(\delta_a, t) && \text{sur }]0, T[, \\ \nu_a \partial_z \mathbf{u}_a(\delta_a, t) &= C_D \|\mathbf{u}(\delta_a, t) - \mathbf{u}(\delta_o, t)\| (\mathbf{u}(\delta_a, t) - \mathbf{u}(\delta_o, t)) && \text{sur }]0, T[, \\ u^*(t) &= \sqrt{C_D} \|\mathbf{u}_a(\delta_a, t) - \mathbf{u}_o(\delta_o, t)\| && \text{sur }]0, T[. \end{aligned}$$

To study the well-posedness of this system, a first method is rewrite it as a fixed point problem in order to deal with the non-local aspects. A general study of the problem in its stationary and unsteady state leads to a sufficient condition to guarantee the well-posedness. A simplified version of this condition can be expressed as :

$$\left\| \frac{\partial \nu_\alpha}{\partial u^*} \right\|_{\mathcal{L}^\infty} \sqrt{\|\sqrt{\nu_a} \partial_z \mathbf{u}_a\|_2^2 + \lambda^{-2} \|\sqrt{\nu_o} \partial_z \mathbf{u}_o\|_2^2} \leq C \min_{z, u^*} \nu_\alpha(z, u^*)$$

This condition applied to the ocean-atmosphere framework, i.e. with physically-realistic viscosity profiles and orders of magnitude, is too restrictive and does not guarantee the uniqueness of solutions. In the stationary case, a necessary and sufficient condition can be given to ensure the existence and uniqueness of solutions. We will see that, once again, in the context of ocean-atmosphere coupling, this condition is not met and there is no uniqueness of solutions. In conclusion, we will discuss the prospects for such a model and the parameters that could be adjusted to obtain a mathematically well-posed model. Details of the proofs of this study are presented in [1].

- [1] S. Thery. *Well-posedness of a non local ocean-atmosphere coupling model : study of a 1d ekman boundary layer problem with non local kpp-type turbulent viscosity profile*. Submitted, 2023. <hal-04327972>.

Contact : sophie.thery@uni-a.de

Décomposition de domaine (OSWR) pour le problème d'Oseen

Arthur ARNOULT, LAGA - Villetaneuse
Carolone JAPHET, LAGA - Villetaneuse

Duc-Quang BUI, LAGA - Villetaneuse
Pascal OMNES, LAGA - Villetaneuse

Les simulations numériques à grande échelle (par exemple avec un maillage fin) produisent des problèmes coûteux qui peuvent être longs à résoudre numériquement. La décomposition de domaine est une stratégie de résolution des EDP qui vise à résoudre ces problèmes. Le principe consiste à décomposer le domaine physique en sous-domaines. Ensuite, l'équation initiale est résolue sur chaque sous-domaine (qui sont plus petits que le domaine initial) en parallèle, un certain nombre de fois, successivement, en échangeant à chaque itération des informations astucieusement choisies entre les sous-domaines. L'objectif est alors de choisir le meilleur opérateur pour transmettre l'information sur l'interface, afin de minimiser le nombre d'itérations de décomposition de domaine nécessaires. Pour les problèmes dépendant du temps, l'algorithme OSWR (Optimized Schwarz Waveform Relaxation) désigne un algorithme où cet opérateur est de type Robin, relaxé par un paramètre choisi pour accélérer la convergence de l'algorithme.

Dans cet exposé, nous présentons l'analyse de l'algorithme OSWR pour les équations d'Oseen. Nous introduisons d'abord l'algorithme, puis nous donnons des résultats de convergence. Un problème important apparaît avec cet algorithme, car la pression ne converge pas (au cours des itérations de décomposition du domaine) vers la pression monodomaine du problème initial. Pour résoudre ce problème, nous introduisons une correction. Puis, nous expliquons brièvement comment définir un paramètre optimisé qui permet une convergence rapide, pour faire le moins d'itération possible.

Enfin, nous présentons quelques résultats numériques illustrant la convergence de l'algorithme pour la vitesse et la pression (avec la correction), et montrons l'efficacité des paramètres optimisés de Robin définis.

Contact : arnoult.arthur@univ-paris13.fr

Développement d'une méthode de Boltzmann sur réseau pour l'intrusion d'eau salée dans des aquifères

Théo COIFFARD, MIA - La Rochelle

Un aquifère est une couche de roche perméable capable de stocker et de fournir de l'eau souterraine. Les schémas de Boltzmann sur réseau sont connus pour leurs performances dans l'approximation de fluides libres (Navier-Stokes). Dans les espaces poreux comme les aquifères, les études sur cette méthode étaient moins importantes, encore moins pour de grandes échelles. Or les aquifères peuvent faire plusieurs dizaines de kilomètres de long.

Développée dans le cadre de la théorie cinétique des gaz, l'équation de Boltzmann est un modèle mathématique exprimant la dynamique de particules libres au sein d'un système. La méthode de Boltzmann sur réseau peut être vue comme son pendant numérique. Elle permet de simuler des écoulements complexes de type Navier-Stokes. Après discrétisation de l'équation de Boltzmann modélisant la dynamique de particules au sein d'un système, le schéma numérique se déroule en deux étapes : l'étape de collision et l'étape de transfert. Cette seconde étape consiste à transférer la quantité (distribution) d'un nœud à son voisin selon une vitesse. Selon l'échelle d'observation, les particules lors d'un écoulement en milieu poreux ne peuvent pas toujours être considérées comme libres. En effet, la sédimentation agit comme un obstacle pour les particules. Si le problème est regardé de manière microscopique (à l'échelle des pores) nous pouvons considérer que l'écoulement a lieu au travers d'un ensemble de grains (modélisés géométriquement). Dans ce cas, les particules sont libres. Mais à l'échelle de notre observation on ne distingue plus les obstacles et nous allons en tenir compte en faisant rebondir une partie des particules. L'approche consiste à non plus transférer la quantité totale de la distribution à son voisin mais plutôt une quantité pondérée par l'intervention du paramètre θ .

$$f_i(x + \vec{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = (1 - \theta) f_i^{coll}(x, t) + \theta f_{opp(i)}(\cdot, t) \quad (1)$$

De nombreux schémas de la littérature dans le contexte des milieux poreux (YH [3], WBS [2] et ZM [4]) ont été construits à partir de (1). Ils se différencient par le choix de la position des bords (sur les nœuds ou à mi-distance) et de la phase utilisée pour la distribution réfléchie. Notre objectif a été de comprendre comment agit le facteur θ dans ce schéma numérique afin de le mettre en lien avec la loi de Darcy (ainsi que ses alternatives comme Darcy-Brinkman, Darcy-Forchheimer). En s'inspirant des travaux de Chen et al. [1], nous réaliserons une analyse asymptotique du schéma WBS selon différents ordres du paramètre θ . Par cette dernière, nous établirons un lien entre notre schéma numérique et un modèle mathématique. Elle permettra aussi de lier les paramètres du schéma numérique avec les paramètres physiques.

- [1] C. Chen, L. Li, R. Mei, J. Klausner. *Chapman-Enskog Analyses on the Gray Lattice Boltzmann Equation Method for Fluid Flow in Porous Media*. Journal of Statistical Physics, **171**, 2018. doi : 10.1007/s10955-018-2005-1.
- [2] S. D. C. Walsh, H. Burwinkle, M. O. Saar. *A new partial-bounceback lattice-Boltzmann method for fluid flow through heterogeneous media*. Comput. Geosci., **35**, 1186–1193, 2009.
- [3] H. Yoshida, H. Hayashi. *Transmission-Reflection Coefficient in the Lattice Boltzmann Method*. Journal of Statistical Physics, **155**, 277 – 299, 2014.
- [4] J. Zhu, J. Ma. *An improved gray lattice Boltzmann model for simulating fluid flow in multi-scale porous media*. Advances in Water Resources, **56**, 61–76, 2013. doi : <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2013.03.001>.

Contact : theo.coiffard@univ-lr.fr

Schéma numérique décalé pour la simulation d'écoulements à bas nombre de Mach

Vincent PERRIER, LMAP/Inria CAGIRE - Pau
Esteban COIFFIER, LMAP/Cea Saclay STMF - Pau / Saclay
Jonathan JUNG, LMAP/Inria CAGIRE - Pau
Michael NDJINGA, Cea Saclay STMF - Saclay

On s'intéresse ici à la simulation des équations de la mécanique des fluides dans un régime à bas nombre de Mach. Ce régime est historiquement particulier au niveau de son approximation de part la forte dépendance de la précision à la forme du maillage [6][3]. De nombreuses corrections ont été apportées aux discrétisations et ont donné en général des clés de compréhension sur les conditions à imposer pour obtenir une précision satisfaisante à bas nombre de Mach [2].

Dans un premier temps il est clairement apparu qu'il était nécessaire d'avoir un schéma asymptotiquement (entendu en nombre de Mach) consistant avec le système des ondes. Dans un second temps, nous avons remarqué qu'une solution fiable est de placer la vitesse aux faces [7]. Ce deuxième point a mis en exergue l'importance de préserver dans la discrétisation des structures topologiques telles que les complexes de de Rham [1] [4] mais dans le contexte du système des ondes.

Ainsi nous nous proposons, suivant la discussion qui précède, de concevoir un schéma précis à bas nombre de Mach en : se réduisant à l'étude du système des ondes [8] [9] puis en basant notre discrétisation volumes finis sur le complexe éléments finis Nédélec-Raviart-Thomas [5].

Nous menons alors sur ce schéma des études théoriques et numériques de stabilité et de convergence en temps long. Une extension de ce schéma au système Euler barotrope est en cours.

- [1] J. Bonelle. *Compatible discrete operator schemes on polyhedral meshes for elliptic and stokes equations*. Ph. D. Thesis, 2014.
- [2] S. Dellacherie, J. Jung, P. Omnes, P.-A. Raviart. *Construction of modified godunov-type schemes accurate at any mach number for the compressible euler system*. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, **26(13)**, 2525–2615, 2016.
- [3] S. Dellacherie, P. Omnes, F. Rieper. *The influence of cell geometry on the godunov scheme applied to the linear wave equation*. *Journal of Computational Physics*, **229(14)**, 5315–5338, 2010.
- [4] D. A. Di Pietro, J. Droniou. *An arbitrary-order discrete de rham complex on polyhedral meshes : Exactness, poincaré inequalities, and consistency*. *Foundations of Computational Mathematics*, **23(1)**, 85–164, 2023.
- [5] A. Ern, J.-L. Guermond. *Theory and practice of finite elements*, vol. 159. Springer, 2004.
- [6] H. Guillard. *On the behavior of upwind schemes in the low mach number limit. iv : P0 approximation on triangular and tetrahedral cells*. *Computers & fluids*, **38(10)**, 1969–1972, 2009.
- [7] F. H. Harlow. *Mac numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface*. *Phys. Fluid*, **8**, 12, 1965.
- [8] J. Jung, V. Perrier. *Steady low mach number flows : identification of the spurious mode and filtering method*. *Journal of Computational Physics*, **468**, 111462, 2022.
- [9] B. Müller. *Low-mach-number asymptotics of the navier-stokes equations*. *Floating, Flowing, Flying : Pieter J. Zandbergen's Life as Innovator, Inspirator and Instigator in Numerical Fluid Dynamics*, pp. 97–109, 1998.

Contact : esteban.coiffier@cea.fr

Un schéma volumes finis pour les équations de Navier-Stokes quantique

Robin COLOMBIER, Ceramaths-UPHF - Valenciennes

Caterina CALGARO, Laboratoire Paul Painlevé - Lille

Emmanuel CREUSÉ, Ceramaths-UPHF - Valenciennes

On s'intéresse au système d'équations de Navier-Stokes quantique 1d avec amortissement :

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \partial_x(\rho u) = 0, & x \in \mathbb{T}, t > 0, \\ \partial_t(\rho u) + \partial_x(\rho u^2) + \partial_x p(\rho) - 2\epsilon^2 \rho \partial_x \frac{\partial_{xx} \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} - 2\nu \partial_x(\rho \partial_x u) + r \rho u = 0, \end{cases} \quad (1)$$

avec $\rho \in \mathbb{R}_+^*$, $u \in \mathbb{R}$, $p(\rho) = \rho^\gamma$, $\gamma > 1$, $\epsilon \in \mathbb{R}_+^*$, $\nu \in \mathbb{R}_+^*$ et $r \in \mathbb{R}_+^*$.

Théorème 1. *En définissant $v = \frac{\epsilon \partial_x \rho}{\rho}$ et $w = u + \frac{2\kappa\nu}{\epsilon} v$, $\kappa \in]0, 1[$, on obtient une inégalité de κ -entropie :*

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \partial_t \left(\frac{\rho}{2} (w^2 + (\frac{4\kappa\nu(1-\kappa)}{\epsilon^2} + 1)v^2) + \frac{\rho^\gamma}{\gamma-1} + 2r\nu\kappa\rho \ln(\rho) \right) dx \\ & + \int_{\Omega} \left(2\kappa\nu\gamma\rho^{\gamma-2} (\partial_x \rho)^2 + 2\nu(1-\kappa)\rho (\partial_x w - \frac{4\kappa\nu}{\epsilon} \partial_x v)^2 + 2\kappa\nu\rho (\partial_x v)^2 + r\rho (w - \frac{2\kappa\nu}{\epsilon} v)^2 \right) dx \leq 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Il s'agit de la formulation 1d d'un résultat plus général présenté dans [2].

Dans ce travail, on considère un système équivalent à (1) dont les variables sont (ρ, w, v) :

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \partial_x(\rho w) = 2\kappa\nu \partial_{xx} \rho, \\ \partial_t(\rho w) + \partial_x(\rho w^2 + \rho^\gamma + 2\kappa\nu r \rho) \\ = 2\kappa\nu \partial_x(w \partial_x \rho) + 2\nu(1-\kappa) \partial_x(\rho \partial_x w) + (\epsilon - \frac{4\kappa\nu^2(1-\kappa)}{\epsilon}) \partial_x(\rho \partial_x v) - r \rho w + 4r\kappa\nu \partial_x \rho, \\ \partial_t(\rho v) + \partial_x(\rho v w) = 2\kappa\nu \partial_x(v \partial_x \rho) - \epsilon \partial_x(\rho \partial_x w) + 2\kappa\nu \partial_x(\rho \partial_x v). \end{cases}$$

En se basant sur un splitting en temps comme celui proposé dans [1], on définit un schéma volumes finis permettant d'obtenir une inégalité de κ -entropie discrète similaire à celle du cas continu (2).

Nous présenterons également des résultats numériques dans les cas Euler quantique ($r = \nu = 0$) et Navier-Stokes quantique avec et sans amortissement.

[1] D. Bresch, N. Cellier, F. Couderc, M. Gisclon, P. Noble, G.-L. Richard, C. Ruyer-Quil, J.-P. Vila. *Augmented skew-symmetric system for shallow-water system with surface tension allowing large gradient of density.* Journal of Computational Physics, **419**, 109670, 2020. doi : <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2020.109670>.

[2] D. Bresch, M. Gisclon, I. Lacroix-Violet, A. Vasseur. *On the exponential decay for compressible Navier-Stokes-Korteweg equations with a drag term.* J. Math. Fluid Mech., **24(1)**, Paper No. 11, 16, 2022. doi :10.1007/s00021-021-00639-2.

Contact : robin.colombier@uphf.fr

Positivity-preserving DDFV scheme for compressible two-phase Darcy flow in porous media

Thomas CROZON, Ecole Centrale Nantes, LMJL - Nantes
El-Houssaine QUENJEL, CentraleSupélec, CEBB - Pomacle
Mazen SAAD, Ecole Centrale Nantes, LMJL - Nantes

In this work, we are interested in computing good approximations of solutions to the compressible two-phase Darcy flow in porous media model. This classic model describes the flow of a phase of gas g and one of water w , through a porous media Ω , in finite time t_f (one denotes $Q_{t_f} = \Omega \times (0, t_f)$). These phases are considered immiscible and saturating. The model consists of the following system of two coupled and degenerate parabolic equations

$$\begin{cases} \phi \partial_t(\rho_\alpha s_\alpha) + \operatorname{div}(\rho_\alpha \mathbf{V}_\alpha) + \rho_\alpha q^\alpha = 0 & \text{in } Q_{t_f}, \quad \forall \alpha \in \{g, w\}, \\ \mathbf{V}_\alpha = -M_\alpha(s_\alpha) \Lambda(\nabla p_\alpha - \rho_\alpha \mathbf{g}), & \forall \alpha \in \{g, w\}, \\ s_w + s_g = 1 & \text{and } p_c(s_g) = p_g - p_w. \end{cases} \quad (1)$$

For each phase α , s_α is its saturation, p_α its pressure, $\rho_\alpha(p_\alpha)$ its density, and $M_\alpha(s_\alpha)$ its degenerate mobility (i.e. $M_\alpha(s_\alpha = 0) = 0$). The porous medium is described by its porosity $\phi(x)$, its permeability tensor $\Lambda(x)$ and its capillary pressure law p_c . We complete our system with initial conditions, Dirichlet, and Neumann boundary conditions.

The Discrete Duality Finite Volume (DDFV) framework uses a primal mesh \mathfrak{M} , a dual mesh $\overline{\mathfrak{M}}^*$ and diamond one \mathfrak{D} to approach gradients constantly by diamond on quite general meshes \mathfrak{M} , and treating anisotropic permeability tensor. We propose a positivity-preserving DDFV scheme for (1) in [2]. The originality of our approach lies in the way we approximate the fluxes through the interfaces between cells. We use two different upwind approximations, in the normal direction we use an upwinding approximation of the phase mobilities with respect to the discrete gradient of their pressure, and in the tangential direction, the mobilities are split into two parts : an upwind mobility, and a minimal approximation of the mobilities.

The solutions of such a scheme preserve the physical bounds of the saturations $0 \leq s_{\alpha, \mathcal{T}, \delta t} \leq 1$. In addition, one obtains energy estimates on the global pressure and a capillary term, needed because of the degeneracy of the mobilities. It writes with a constant C depending on the regularity of the mesh, the initial conditions, the physical parameters of the medium, but independent of the time step, and the refinement of the mesh, as follows :

$$\left\| \nabla^{\mathfrak{D}} p_{\mathcal{T}, \delta t} \right\|_2^2 + \left\| \nabla^{\mathfrak{D}} \xi_{\mathcal{T}, \delta t} \right\|_2^2 + \frac{\gamma}{h_{\mathfrak{D}}^\epsilon} \left(\left\| \xi_{\mathfrak{M}, \delta t} - \xi_{\overline{\mathfrak{M}}^*, \delta t} \right\|_{L^2(Q_{t_f})}^2 + \left\| p_{\mathfrak{M}, \delta t} - p_{\overline{\mathfrak{M}}^*, \delta t} \right\|_{L^2(Q_{t_f})}^2 \right) \leq C.$$

The existence of solutions to this scheme is a delicate point, we give a proof in [1] using regularization of such a scheme. Moreover, one has the convergence toward a weak solution of model (1), up to compactness arguments and using the Lions-Aubin-Simon theorem. Finally, we perform numerical tests to show the efficiency of our method.

- [1] T. Crozon. *Existence of solutions to numerical schemes using regularization : application to two-phase flow schemes*. Submitted, 2024.
- [2] T. Crozon, E.-H. Quenjel, M. Saad. *Positivity-preserving ddfv scheme for compressible two-phase flow in porous media*. Computers and Mathematics with Applications, 2024.

Contact : thomas.crozon@ec-nantes.fr

Réduction de modèle locale et non-linéaire avec adaptation de maillage anisotrope

Nicolas BARRAL, Inria Bordeaux Sud-Ouest, Team CARDAMOM - 33400 Talence, France
 Tommaso TADDEI, Inria Bordeaux Sud-Ouest, Team MEMPHIS - 33400 Talence, France
 Ishak TIFOUTI, Inria Bordeaux Sud-Ouest, Team CARDAMOM - 33400 Talence, France

Nous nous intéressons à la résolution numérique du système de Euler compressible et stationnaire avec une variabilité paramétrique. Dans [4], les auteurs ont montré l'inefficacité des modèles réduits linéaires pour des phénomènes dominés par l'advection. Dans [2], nous montrons qu'une reconstruction non-linéaire par recalage permet d'améliorer la performance des méthodes de réduction linéaire pour des problème de transport.

Néanmoins, la performance de la méthode de recalage reste limitée pour des problèmes avec des shocks multiples. Nous proposons une méthode automatique de partitionnement du domaine paramétrique en sous-domaines ; ce qui permet de construire un modèle réduit et un mapping de recalage pour chaque sous-domaine. La méthode de partitionnement (*clustering*) sépare un ensemble discret de paramètres $\mathcal{P}_{\text{train}} = \{\mu_k\}_{k=1}^{n_{\text{train}}} \subset \mathcal{P}$ en minimisant une fonction objectif qui prend en entrée les solutions de l'EDP $\{u_\mu(\cdot) : \mu \in \mathcal{P}_{\text{train}}\}$. Notons que la fonction objectif est construite pour minimiser l'erreur de projection des solutions paramétriques sur la base réduite locale respective.

Le système d'Euler compressible est discrétisé avec une méthode DG d'ordre deux stabilisé par un terme local de viscosité physique. Notons que la performance du modèle réduit dépend grandement du solveur Haute-Fidélité utilisée pour construire la base réduite. Dans [1], les auteurs montrent le gain en précision et en coût computationnel obtenu en utilisant des techniques d'adaptation de maillage anisotrope pour des problèmes de CFD. En suivant la même approche, nous proposons une technique automatique d'adaptation de maillage paramétrique basée sur la notion du maillage continue [3].

Dans [2], nous avons montré par des tests numériques que la réduction de modèle non-linéaire permet d'avoir une bonne approximation de l'écoulement transsonique. Nous faisons une comparaison entre la performance de ce modèle non-linéaire global et la performance d'une carte de modèles non-linéaires locaux pour le même cas test. Par ailleurs, nous testons l'approche sur un écoulement supersonique à travers une bosse gaussienne et nous montrons le gain en performance en utilisant cette approche non-linéaire locale.

- [1] F. Alauzet, A. Loseille. *A decade of progress on anisotropic mesh adaptation for computational fluid dynamics*. Computer-Aided Design, **72**, 13–39, 2016.
- [2] N. Barral, T. Taddei, I. Tifouti. *Registration-based model reduction of parameterized pdes with spatio-parameter adaptivity*. Journal of Computational Physics, **499**, 112727, 2024.
- [3] A. Loseille, F. Alauzet. *Continuous mesh framework part i : Well-posed continuous interpolation error*. SIAM Journal on Numerical Analysis, **49(1)**, 38–60, 2011.
- [4] M. Ohlberger, S. Rave. *Reduced basis methods : Success, limitations and future challenges*. arXiv : Numerical Analysis, 2015.

Contact : ishak.tifouti@inria.fr

Un modèle moyenné en épaisseur pour le problème inverse de l'imagerie électrocardiographique

Yves BOURGAULT, Univ. Ottawa - Ottawa Yves COUDIÈRE, IMB - Bordeaux
Emma LAGRACIE, IMB - Bordeaux Lisl WEYNANS, IMB - Bordeaux

Le problème inverse de l'imagerie électrocardiographique (ECGi) relève d'une grande utilité dans la détection précoce de pathologies graves du rythme cardiaque. Il peut être formalisé comme suit : retrouver le potentiel électrique $u \in H^1(\Omega)$, et la tension $v \in H^1(\Omega_H)$, satisfaisant les équations

$$\begin{cases} -\operatorname{div}((\sigma_e + \sigma_i)\nabla u) - \operatorname{div}(\sigma_i\nabla v) = 0 & \text{dans } \Omega_H, \\ -\operatorname{div}(\sigma_T\nabla u) = 0 & \text{dans } \Omega_T, \\ -\operatorname{div}(\sigma_B\nabla u) = 0 & \text{dans } \Omega_B, \end{cases} \quad (1)$$

assorties de conditions aux limites de flux, tels que la trace $u|_{\Gamma_T}$ du potentiel u sur la surface du torse corresponde aux données z_T observées sur cette même surface. Dans ces équations, les domaines Ω_H , Ω_T et Ω_B représentent respectivement le coeur, le torse et le sang, dont l'union est le domaine total Ω . Les tenseurs symétriques définis positifs $\sigma_{i/e/T/B}$ sont des tenseurs de conductivité électrique.

Ce problème inverse est notoirement mal posé, et les techniques de résolutions actuelles ne donnent pas de résultats suffisamment probants pour être utilisés en clinique [1]. En particulier, il est difficile de reconstruire la tension v dans le volume du coeur puisque une infinité de tensions v peuvent produire la même observation sur le torse. Une alternative majoritairement utilisée consiste à ne considérer que la surface externe du coeur Γ_H , appelée épicarde, et résoudre un problème inverse plus simple uniquement dans le domaine du torse Ω_T , dont la frontière interne est l'épicarde. Dans ce cas, la tension v correspondant à la trace $u|_{\Gamma_T}$, si elle existe, peut être retrouvée à une constante additive près [2].

Nous proposons un modèle intermédiaire entre les approches volumique et surfacique, qui incorpore des informations du volume du myocarde et prend en compte les interactions entre les trois domaines, tout en résolvant un problème surfacique sur le coeur par le biais de quantités moyennées [3]. Pour construire ce modèle, nous moyennons la première équation de (1) dans l'épaisseur du coeur, supposé fin par rapport à sa taille, et nous la couplons avec les deux équations restantes. Cette opération permet de se ramener à un modèle couplé entre un coeur surfacique dans lequel évoluent les quantités moyennes \bar{u} et \bar{v} et les domaines extracardiaques, volumiques. Nous prouvons que le problème est bien posé par des arguments classiques.

Le modèle moyenné est ensuite utilisé comme contrainte dans un problème de contrôle optimal, visant à retrouver le couple (\bar{u}, \bar{v}) qui minimise l'écart à des données z_T sur la surface du torse. Nous montrons que, régularisé, ce problème de minimisation quadratique admet une unique solution. Le formalisme Lagrangien est utilisé pour résoudre numériquement le problème de contrôle optimal. Nous présenterons ensuite quelques résultats obtenus en 2D.

- [1] J. Duchateau, F. Sacher, T. Pambrun, N. Derval, J. Chamorro-Servent, A. Denis, S. Ploux, M. Hocini, P. Jaïs, O. Bernus, et al. *Performance and limitations of noninvasive cardiac activation mapping*. Heart rhythm, **16(3)**, 435–442, 2019.
- [2] V. Kalinin, A. Kalinin, W. H. Schulze, D. Potyagaylo, A. Shlapunov. *On the correctness of the transmembrane potential based inverse problem of ecg*. In *2017 Computing in Cardiology (CinC)*, pp. 1–4. IEEE, 2017.
- [3] E. Lagracie, Y. Bourgault, Y. Coudière, L. Weynans. *A depth-averaged heart model for the inverse problem of cardiac electrophysiology*. En préparation.

Contact : emma.lagracie@inria.fr

Modèle quasi-statique pour simuler les échanges ioniques dans les cellules de garde des plantes

Guillaume MESTDAGH, Équipe Inria Mosaic - Lyon

Christophe GODIN, Équipe Inria Mosaic - Lyon

Alexis DE ANGELI, Institut de sciences des plantes de Montpellier - Montpellier

Les plantes contrôlent leurs échanges gazeux avec l'atmosphère au moyen de petits trous placés sur leurs feuilles, les stomates. Un stomate est flanqué de deux cellules, dites de garde, qui contrôlent son ouverture. En particulier, partant d'une configuration où le stomate est fermé, les cellules de garde initialement au repos se gonflent d'eau pour prendre une forme incurvée libérant le passage à travers le stomate. Les stomates jouent un rôle crucial dans la tolérance de la plante au stress environnemental, et leur étude est liée à des sujets comme la production agricole sous un climat sec.

L'entrée d'eau dans la cellule de garde par osmose est le fruit d'une série d'échanges d'ions entre les différents compartiments de la cellule (cytoplasme et vacuole) et l'extérieur, au moyen de transporteurs actifs et passifs. En particulier, la synchronisation entre les transporteurs des différentes membranes est peu connue [1], et son étude fait intervenir des quantités difficiles à mesurer expérimentalement, comme les concentrations en ions dans la vacuole. Le but du projet est donc de créer un modèle physique pour tenter d'en savoir plus sur l'ouverture du stomate. Ce modèle doit être aussi simple que possible pour être compris par des biologistes.

Dans cet exposé, nous présenterons un modèle illustrant le mécanisme d'ouverture du stomate à partir de phénomènes physiques simples, dans lequel la cellule est réduite à un ensemble de compartiments échangeant des réactifs à l'aide de transporteurs. Alors que de nombreux modèles d'échanges d'ions dans les cellules sont basés sur des équations différentielles ordinaires [3, 2], parfois peu lisibles, nous proposons un modèle quasi-statique basé sur la minimisation d'une fonction d'énergie dans un ensemble admissible qui varie au cours du temps, ce qui réduit le nombre de paramètres nécessaires. Par ailleurs, notre modèle permet de mettre en lumière certains aspects du problème, car les propriétés des termes de la fonction d'énergie sont liées aux rapports de force entre les phénomènes chimiques, électrostatiques et mécaniques qui influencent le système.

Notre implémentation numérique, basée sur la bibliothèque Jax, tire profit de la dérivation automatique pour tester diverses approches numériques à moindre coût. Nous présenterons plusieurs simulations et discuterons l'utilité du modèle pour répondre aux questions de notre collègue biologiste par rapport à un modèle basé sur des EDO. En particulier, nous utiliserons une analyse de sensibilité pour expliquer certains phénomènes observés expérimentalement.

- [1] P. Cubero-Font, A. De Angeli. *Connecting vacuolar and plasma membrane transport networks*. *New Phytologist*, **229(2)**, 755–762, 2021. doi :10.1111/nph.16983.
- [2] S. Gerber, M. Fröhlich, H. Lichtenberg-Fraté, S. Shabala, L. Shabala, E. Klipp. *A thermodynamic model of monovalent cation homeostasis in the yeast *saccharomyces cerevisiae**. *PLoS Comput. Biol.*, 2016.
- [3] A. Hills, Z.-H. Chen, A. Amtmann, M. R. Blatt, V. L. Lew. *Onguard, a computational platform for quantitative kinetic modeling of guard cell physiology*. *Plant Physiology*, **159(3)**, 1026–1042, 2012. doi :10.1104/pp.112.197244.

Contact : guillaume.mestdagh@inria.fr

Asymptotic Analysis of Electrocardiology Modeling after Pulsed Field Ablation

Annabelle COLLIN, Univ. Bordeaux, CNRS, Inria, Bordeaux INP, IMB - Talence
Simone NATI POLTRI, Univ. Bordeaux, CNRS, Inria, Bordeaux INP, IMB - Talence
Clair POIGNARD, Univ. Bordeaux, CNRS, Inria, Bordeaux INP, IMB - Talence

In this work, we focus on the mathematical study of pulsed electric field ablation (PFA), an innovative cardiac ablation technique for the treatment of cardiac arrhythmias. In particular, we would like to compare it with radiofrequency ablation (RFA), a thermal ablation that is currently the most commonly used technique. Whereas RFA is known to result in coagulation necrosis with complete loss of cellular and vascular architecture, leaving a scar of fibrotic tissue, PFA takes advantage of irreversible electroporation – a complex cell death phenomenon that occurs when a biological tissue is subjected to very intense electric pulses – and it is known to destroy mainly cardiomyocytes while preserving the tissue scaffold.

This work aims to modify the classical bidomain model [2] – which describes the propagation of intracellular and extracellular potentials in the heart – to introduce a region ablated by RFA or PFA. Both types of ablation involve isolation of a pathological area, but we describe them differently by using appropriate transmission conditions at the interface between the ablated area and the not-ablated area. In the case of RFA, we assume that both intracellular and extracellular potentials are affected, resulting in Kedem-Katchalsky-type conditions at the interface. In contrast, in the case of PFA, we study the static bidomain model and we assume that the thickness of the electroporated (EP) region is small compared with the whole domain and proportional to a parameter ε . Moreover, we assume that within the EP region the intracellular conductivity scales with a factor ε^2 . We provide a formal asymptotic analysis at any order by considering an asymptotic expansion of the intracellular and extracellular potentials both outside and inside the EP area. This allows us to derive transmission conditions at the interface for PFA at any order, that read as non-homogeneous boundary conditions for the jump of the extra-cellular potential and its normal derivative, and as Neumann conditions for the intracellular potentials. Moreover, we give a proof of the asymptotic expansion by deriving estimates of H^1 - and L^2 - norms of the errors of an expansion with a given number N of terms. The asymptotic expansion was validated by numerical convergence tests. In particular, zero- and first-order expansions were compared and errors were computed for different values of ε tending to zero.

Finally, we propose physical simulations [1] in the context of atrial fibrillation (AF). We consider the isolation of one pulmonary vein of a synthetic geometry of the left atrium. In the case of PFA, we consider transmission conditions deduced from the zero-order asymptotic analysis of the static case. Numerical simulations of AF and the long-term effects of RFA and PFA show that both models lead to isolation of the pulmonary vein. Our modeling also enables to propose a numerical explanation for the higher rate of fibrillation recurrence after RFA compared with PFA.

- [1] S. Nati Poltri, G. Caluori, P. Jaïs, A. Collin, C. Poignard. *Electrocardiology modeling after catheter ablations for atrial fibrillation*. In *International Conference on Functional Imaging and Modeling of the Heart*. Springer, 2023.
- [2] L. Tung. *A bi-domain model for describing ischemic myocardial dc potentials*. Ph.D. thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1978.

Contact : simone.nati-poltri@inria.fr

Modèle bidomaine couplé à un stimulateur multi-électrodes en électrophysiologie cardiaque

Valentin PANNETIER, IMB - Bordeaux Yves COUDIÈRE, IMB - Bordeaux

Michael LEGUÈBE, IMB - Bordeaux

En électrophysiologie cardiaque, le modèle bidomaine est couramment utilisé pour modéliser la propagation de potentiels d'action au sein du tissu cardiaque. Néanmoins, il n'existe pas d'approche consensuelle quant à la prise en compte de stimulations extérieures et, dans le meilleur des cas, un stimulus est modélisé par un simple créneau en temps. Dans cet exposé, nous présentons une partie de nos travaux effectués dans le cadre du projet européen SimCardioTest. L'objectif final est la quantification via un modèle numérique de l'énergie nécessaire au déclenchement d'un potentiel d'action (voir nos travaux sur le 0D [2]).

Le modèle bidomaine macroscopique est formé de deux équations de propagation couplées, écrites respectivement dans le milieu intracellulaire Ω_i et extracellulaire Ω_e , avec pour inconnues les deux champs de potentiel respectifs u_i et u . Il est étendu à un milieu passif extracardiaque Ω_b ,

$$-\operatorname{div}(\sigma_i \nabla u_i) = -I_m \text{ dans } \Omega_i, \quad -\operatorname{div}(\sigma_e \nabla u) = I_m \text{ dans } \Omega_e, \quad -\operatorname{div}(\sigma_b \nabla u) = 0 \text{ dans } \Omega_b, \quad (1)$$

avec $I_m := \chi(c_m \partial_t(u_i - u) + I_{\text{ion}}(u_i - u, h, t))$ le courant membranaire, $\sigma_i, \sigma_e, \sigma_b$ les différents tenseurs de conductivités, χ le ratio de surface membranaire par unité de volume de tissu, c_m la capacité membranaire. Le générateur de courant ionique I_{ion} est couplé à $\partial_t h = f(u_i - u, h, t)$ dans tout le volume, avec (I_{ion}, f) un modèle ionique choisi décrivant la dynamique des variables ioniques h . Ce modèle est couplé à un stimulateur cardiaque à travers des conditions de bords non usuelles, sous la forme d'un dipôle équivalent connectant la surface de la ℓ -ième électrode $\Gamma_\ell \subset \partial(\overline{\Omega_e} \cup \overline{\Omega_b})$ à une des sorties du stimulateur. Considérant que ces circuits équivalents ne font intervenir que des condensateurs et des résistances, les modèles sont écrits sous une forme générique inspirée des travaux [1],

$$A_{\ell,c} C_\ell \partial_t (A_{\ell,c}^\top u_\ell) + A_{\ell,r} G_\ell A_{\ell,r}^\top u_\ell + \gamma A_\ell \gamma^\top j_\ell = 0 \quad \text{sur } \Gamma_\ell \text{ avec } \ell = 1, \dots, L, \quad (2)$$

avec u_ℓ le vecteur des potentiels, $A_\ell = (A_{\ell,c}, A_{\ell,r})$ la matrice d'incidence du graphe représentant le circuit équivalent, γA_ℓ la matrice d'incidence des branches couplantes de courants $\gamma^\top j_\ell$, et C_ℓ et G_ℓ respectivement les matrices diagonales de capacités et de conductances. Le circuit interne du stimulateur est aussi formalisé de la même manière, bien qu'il fasse intervenir des sources de tension (représentant la batterie du stimulateur),

$$A_c C (A_c^\top U)' + A_r G A_r^\top U + A_v J_v + \gamma A \gamma^\top J = 0 \quad \text{et} \quad A_v^\top U = V_s(t), \quad (3)$$

avec V_s les sources de tension et J_v les courants induits par ces sources. Finalement, le modèle est fermé en écrivant toutes les relations de conservation de courant (EDP vers électrodes, électrodes vers stimulateur), et en imposant un nœud du stimulateur à la masse ($\gamma_0 U = 0$).

En utilisant une semi-discrétisation en temps de la forme faible du problème complet, nous montrons qu'il constitue un problème sous contrainte et nous donnerons les grandes étapes pour prouver l'existence de solutions.

- [1] D. Estévez Schwarz, C. Tischendorf. *Structural analysis of electric circuits and consequences for mna*. Int. J. Circuit Theory Appl., **28(2)**, 131–162, 2000.
- [2] V. Pannetier, M. Leguèbe, Y. Coudière, R. Walton, P. Dhiver, D. Feuerstein, D. Amaro. *Modeling cardiac stimulation by a pacemaker, with accurate tissue-electrode interface*. In *FIMH*, pp. 194–203. Springer, 2023.

Contact : valentin.pannetier@u-bordeaux.fr

Modélisation du système urinaire inférieur de l'enfant

Lisa GRANDJEAN, LMR UMR CNRS 9008 - Reims

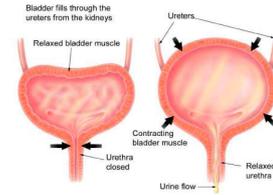
Stéphanie SALMON, LMR UMR CNRS 9008 - Reims

Guillaume DOLLÉ, LMR UMR CNRS 9008 - Reims

Nadia BOUDAUD, CHU de Reims, CReSTIC - Reims

Marie-Laurence POLI-MEROL, CHU de Reims, CReSTIC - Reims

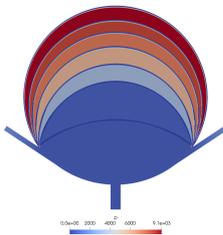
Dans le cadre d'un projet financé par la Fondation des Amis de l'Hôpital Américain de Reims, nous travaillons à la modélisation du système urinaire inférieur de l'enfant en étroite collaboration avec des chirurgiennes pédiatres du CHU de Reims. Nous construisons différents modèles numériques de la vessie de l'enfant de 5 à 10 ans pour reproduire le comportement sain, lors de la miction et du remplissage, afin de mieux comprendre le fonctionnement normal.



La vessie est l'organe du système urinaire qui reçoit, par les uretères, l'urine produite par les reins, la conserve, avant de l'évacuer par l'urètre. Le muscle vésical, appelé détroisor, est composé d'une partie très mobile, le dôme vésical qui se distend pour accueillir l'urine et assure la compliance de la vessie. La structure de ce muscle est différente dans la région triangulaire comprise entre les deux méats urétéraux et l'orifice urétral; cette zone, appelée trigone, ne se distend que très peu. À partir de données issues de la littérature, de mesures anatomiques, de bilan urodynamique (données de débits, pressions et volumes), et d'imageries (échographie, cystographie et scanner abdominopelvien), nous construisons des modèles adaptés aux phases de remplissage et de vidange. Dans un premier temps, nous résolvons les équations de Navier-Stokes incompressibles en domaine mobile (1) avec un déplacement imposé provenant des données images.

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} - \vec{c}) \cdot \nabla \vec{u} - \nu \Delta \vec{u} + \nabla p = 0 & \text{dans } \Omega^t \\ \nabla \cdot \vec{u} = 0 & \text{dans } \Omega^t \end{cases} \quad (1)$$

où \vec{u} est la vitesse du fluide, ν sa viscosité cinématique, p la pression et \vec{c} représente la vitesse du domaine. Puis après avoir étudié différents modèles de structure, nous présentons un modèle plus complet, prenant en compte les interactions fluide-structure, à travers une approche monolithique [2]. Dans ce cadre, on considère un maillage global $\Omega_t = \Omega_t^F \cup \Omega_t^S$ sur lequel on résout le problème (1) pour la partie fluide, dans Ω_t^F , un problème d'élasticité (linéaire ou non) pour la structure, dans Ω_t^S , avec les conditions de couplage sur l'interface Σ_t :



$$\begin{cases} \vec{u}^F = \vec{u}^S & \text{sur } \Sigma_t \\ \sigma^F(\vec{u}^F, p) \vec{n}^F = -\sigma^S(\vec{d}^S) \vec{n}^S & \text{sur } \Sigma_t \end{cases} \quad (2)$$

Les résultats que nous présentons sont obtenus en résolvant ces différents problèmes, par la méthode des éléments finis, avec le logiciel FreeFem++ [1].

[1] F. Hecht. *New development in freefem++*. Journal of Numerical Mathematics, **20(4)**, 2012.

[2] C. Murea. *Three-dimensional simulation of fluid-structure interaction problems using monolithic semi-implicit algorithm*, 2019.

Contact : stephanie.salmon@univ-reims.fr

Towards an elastic swimmer framework including contact

Vincent CHABANNES, IRMA UMR 7501, Cemosis - Université de Strasbourg

Agathe CHOUIPPE, ICube Laboratory UMR 7357 - Université de Strasbourg

Laetitia GIRALDI, INRIA, Calisto team - Université Côte d'Azur

Christophe PRUD'HOMME, IRMA UMR 7501, Cemosis - Université de Strasbourg

Céline VAN LANDEGHEM, IRMA UMR 7501, Cemosis - Université de Strasbourg

Fluid flows laden with particles interacting with rigid or elastic obstacles are common in industrial and biological processes, such as the cell transport in arteries. The modeling and simulation of such processes remain a challenging task due to the complexity of the fluid-structure interaction and the contact conditions.

In recent years, various approaches to model the contact in the small strain framework have been developed. These approaches include penalty methods, methods based on Lagrange multipliers, and different variants of the Nitsche method [2]. The latter reformulates the contact inequalities as a single equality condition that is weakly incorporated into the variational formulation.

In this presentation, we will employ this Nitsche method to model the contact between an elastic structure and a rigid obstacle in a Newtonian fluid. The finite element method is used to solve the fluid-structure interaction, and the fluid motion is described in the Arbitrary-Lagrangian-Eulerian framework.

First, we will consider static and dynamic numerical experiments, taken from [4, 3], to compare the different approaches in absence of fluid. Then, we will describe the fluid-structure interaction with contact, based on the ideas presented in [1], and show an application of a driven elastic swimmer colliding with a virtual wall in a Newtonian fluid.

All simulations are conducted with the open-source Feel++ library [5].

- [1] E. Burman, M. A. Fernández, S. Frei. *A nitsche-based formulation for fluid-structure interactions with contact*. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, **54(2)**, 531–564, 2020.
- [2] F. Chouly, P. Hild, Y. Renard. *Finite element approximation of contact and friction in elasticity*. Springer, 2023.
- [3] F. Chouly, Y. Renard. *Explicit verlet time-integration for a nitsche-based approximation of elastodynamic contact problems*. Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences, **5**, 1–38, 2018.
- [4] P. Hild. *A sign preserving mixed finite element approximation for contact problems*, 2011.
- [5] C. Prud'homme, V. Chabannes, T. Metivet, R. Hild, T. Saigre, Trophime, L. Berti, A. SAMAKE, C. V. Landeghem. *feelpp/feelpp : Feel++ release v111 preview.9*, 2024. doi : 10.5281/zenodo.10837178.

Contact : c.vanlandeghem@math.unistra.fr

Numerical modeling of air flows in an underground cavity connected to the surface by a shaft

Georges EDDE, Cerema - Grand Quevilly

Georges SADAKA, CNRS - Saint-Etienne du Rouvray

Raphaël ANTOINE, Cerema - Grand Quevilly

Ionut DANAILA, LMRS - Saint-Etienne du Rouvray

The Normandie region contains a lot of chalk cavities that were dug by farmers to fertilize fields. However those cavities have a low dimension (2-3 meters height)/depth (20-40 meters depth) ratio which makes their detection very challenging with the classical geophysical methods.

Due to the global warming there will be more precipitations leading to the collapse of the cavities causing the death of humans, thus their detection is a priority.

The Cerema center in France is testing an alternative method based on thermal infrared observations by drone¹. So the aim of our model is to derive naturally thermal convection models in an underground cavity starting from available models at LMRS[†] in order to quantify the hydrothermal process at play in those cavities to compare it with the results of the drone. These numerical codes using finite elements make it possible to solve the Navier-Stokes equations and the heat equation in a fluid medium and a porous medium in 2D and 3D with a condition of solar radiation at the surface. Numerical simulations were carried out with the free software FreeFem++².

The Figure 1 below shows the result of the simulation where we can see the triggering of natural air convection within and underground cavity opened to the atmosphere with an intensification of the airflow velocity with time and decreases with the downstream distance, respectively and a number of cells of convection that change with time and the Rayleigh number. And so by comparing our result of the temperature to the one obtained with the drone we can test if our model can be used to see the drone capability of detecting these underground cavities.

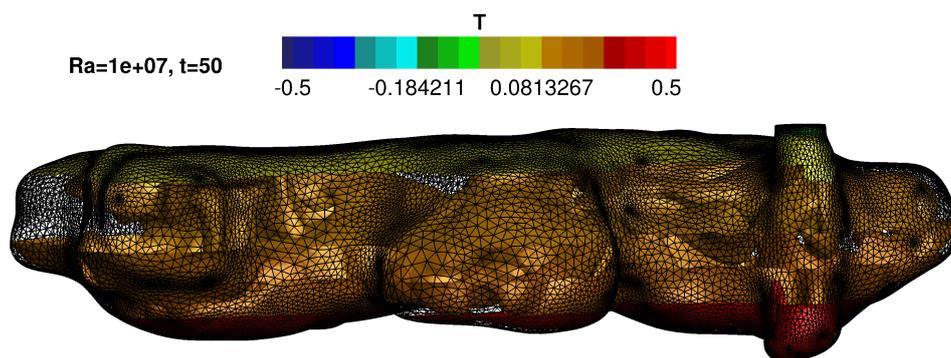


FIGURE 1 – Air circulation at $t = 50$ s for natural convection simulated in the Barcq cavity (27170 - Eure - France) 3D with Rayleigh = $1.e7$.

Contact : georges.edde@cerema.fr

1. C. Fauchard et al., *Guide technique- Laboratoire central des ponts et chaussées.*, (2004).
2. F. Hecht et al., *FreeFem++*, *Journal of Numerical Mathematics* 20 :251–266 (2012).

Study of a fluid-structure interaction model

Franck BOYER, Institut de Mathématiques de Toulouse (IMT) - Toulouse

Michel FOURNIÉ, ISAE-SUPAERO - Toulouse

Diego GAJARDO, IMT - Toulouse

Jean-Pierre RAYMOND, IMT - Toulouse

In this talk, we consider a Fluid-Structure (FS) model coupling the fluid motion modeled by the incompressible Navier-Stokes equations in a 2D channel with mixed boundary conditions, and a structure composed by a solid cylinder and a deformable tail that is governed by a damped 1D Euler-Bernoulli beam equation. The elastic part is assumed to be clamped at one end and free at the other one.

During this talk, we will first describe precisely the model and then show the existence and uniqueness of a strong solution. We highlight that although we follow a similar approach to the one used in [1, 2], we will emphasize in the steps where it was necessary to proceed in a different way. In addition, we shall also present some numerical simulations.

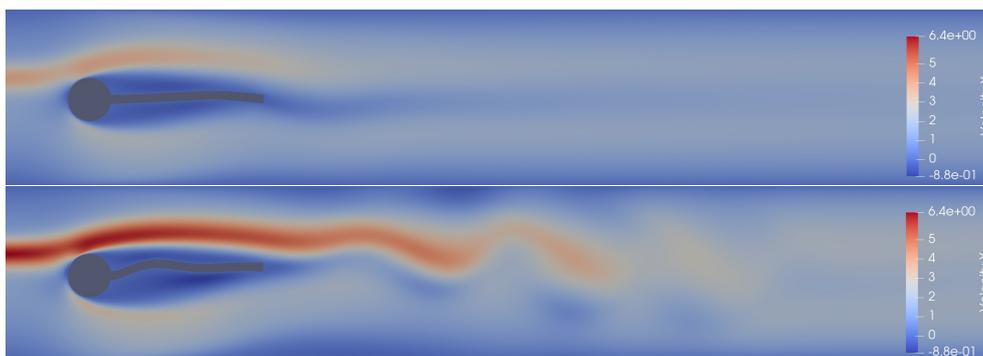


FIGURE 1 – Velocity profile in horizontal direction at $t = 0.5[s]$ and $t = 1.0[s]$.

- [1] M. Fournié, M. Ndiaye, J.-P. Raymond. *Feedback stabilization of a two-dimensional fluid-structure interaction system with mixed boundary conditions*. SIAM Journal on Control and Optimization, **57(5)**, 3322–3359, 2019. doi :10.1137/18M1172405.
- [2] D. Maity, J.-P. Raymond, A. Roy. *Maximal-in-time existence and uniqueness of strong solution of a 3d fluid-structure interaction model*. SIAM Journal on Mathematical Analysis, **52(6)**, 6338–6378, 2020. doi :10.1137/18M1178451.

Contact : diego.gajardo@math.univ-toulouse.fr

Un modèle de contact lubrifié avec frottement pour la simulation numérique de milieux granulaires immergés

Quentin HOUSSIER, CMAP - Palaiseau

Baptiste DARBOIS-TEXIER, FAST - Orsay

Georges GAUTHIER, FAST - Orsay Loïc GOUARIN, CMAP - Palaiseau

Aline LEFEBVRE-LEPOT, CNRS, FdM CentraleSupélec - Gif Sur Yvette

Dans cet exposé on s'intéresse à la simulation de milieux granulaires denses formés de particules macroscopiques, enduites d'un fluide visqueux. Ces systèmes font apparaître des phénomènes physiques d'interaction entre particules proches qui sont également mis en jeu dans le cadre plus général des suspensions tels que la lubrification (effet du fluide interstitiel) ou le contact solide. Ces milieux apparaissent dans des domaines d'applications variés (traitements des eaux, dynamique côtière, étude du transport des globules dans le sang). Le comportement macroscopique de tels systèmes (instabilités de concentration ou de blocage lors de l'écoulement par exemple) est particulièrement complexe et encore mal compris.

La simulation numérique de ces systèmes doit permettre une avancée dans la compréhension de ces phénomènes. La modélisation des contacts entre grains a alors une importance primordiale sur le comportement macroscopique. Ces contacts mènent à des interactions singulières pour lesquelles des schémas numériques adaptés doivent être développés. On se place ici dans le cadre de modèles de type "Dynamique des contacts" développés par J.J. Moreau, faisant appel à l'analyse convexe non lisse.

De tels schémas ont été développés pour la prise en compte de contacts secs avec friction [1] ou avec lubrification [2]. Ils se ramènent, à chaque itération en temps à la résolution d'un problème de minimisation sous contraintes convexes. Dans ces schémas, les forces de contact peuvent être vues comme multiplicateurs de Lagrange du problème contraint. Le problème dual correspondant, nous permet d'écrire ces schémas dans un même cadre, où les forces minimisent une même énergie discrète, sous une contrainte dépendant du modèle choisi.

Des résultats expérimentaux montrent qu'il est indispensable de prendre en compte à la fois les effets de la lubrification et les contacts frottants [3]. En se basant sur les formulations précédentes, on présente dans cet exposé un nouveau modèle permettant de représenter la transition entre les contacts visqueux et frottants. Le schéma correspondant se ramène à chaque instant à résoudre un nouveau problème d'optimisation sous contrainte. Celui-ci est résolu grâce à un algorithme de type gradient projeté accéléré couplé à un algorithme de point fixe. On présentera les résultats de simulations numériques illustrant la convergence de l'algorithme vers des solutions acceptables physiquement.

[1] H. Bloch, A. Lefebvre-Lepot. *On convex numerical schemes for inelastic contacts with friction*. ESAIM : Proceedings and Surveys, **75**, 24–59, 2023.

[2] A. Lefebvre. *Numerical simulation of gluey particles*. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, **43(1)**, 53–80, 2009.

[3] H. Perrin, M. Wyart, B. Metzger, Y. Forterre. *Nonlocal effects reflect the jamming criticality in frictionless granular flows down inclines*. Physical Review Letters, **126(22)**, 228002, 2021.

Contact : quentin.houssier@polytechnique.edu

A two-scale model for two-phase flows including geometric variables

Giuseppe ORLANDO, CMAP, École Polytechnique - Palaiseau 91120, France

Arthur LOISON, CMAP, École Polytechnique - Palaiseau 91120, France

Teddy PICHARD, CMAP, École Polytechnique - Palaiseau 91120, France

Samuel KOKH, CEA, SGLS, Université Paris-Saclay - Gif-sur-Yvette, 91191, France

Marc MASSOT, CMAP, École Polytechnique - Palaiseau 91120, France

Two-phase flows of liquid and gaseous phases play an important role in several natural processes and engineering systems, such as hybrid rockets engines, atomization of liquid jets, and spray combustion. According to the geometrical configuration of the interface, two-phase flows can exhibit different behaviours. We present here a two-scale model [4] which provides a unified description of separated-disperse phases, so as to naturally take into account the multi-scale nature of atomization phenomena. The model is derived by means of the Stationary Action Principle (SAP) [2, 4, 5], so as to retrieve good mathematical properties, such as hyperbolicity or entropic structure. The two-scale model is enriched with geometrical information from the interface, such as interfacial area density and curvatures, so that the large scale that describes the bulk fluid is well resolved, whereas the small scale, represented by (possibly non spherical) droplets or bubbles of different size forming a polydisperse spray, is modelled employing suitable geometric variables and the Geometric Method Of Moments [4]. In particular, for what concerns the interfacial area density, we present a derivation of an evolution equation through the SAP [5], so as to obtain a dynamic relation in a general variational framework. This novel approach is significantly different with respect to those already available in the literature and we compare this equation with those which are typically either postulated or derived by means of empirical considerations, showing how to retrieve well known relations in the literature as limiting cases or submodels.

The transfer of mass between the two scales is performed computing the local mean curvature and it is triggered when this value is above a certain threshold [3, 4]. A number of test cases on classical benchmarks will be presented to assess the validity of the model. The implementation is carried out in the framework of Samurai [1], which allows adaptive simulations.

Références

- [1] <https://hpc-math-samurai.readthedocs.io/en/latest/>.
- [2] F. Drui, A. Larat, S. Kokh, M. Massot. *Small-scale kinematics of two-phase flows : identifying relaxation processes in separated- and disperse-phase flow models*. Journal of Fluid Mechanics, **876**, 326–355, 2019. doi :10.1017/jfm.2019.538.
- [3] A. Loison, S. Kokh, T. Pichard, M. Massot. *A unified two-scale gas-liquid multi-fluid model with capillarity and interface regularization through a mass transfer between scales*, 2024. ArXiv 2401.09169.
- [4] A. Loison, T. Pichard, S. Kokh, M. Massot. *Two-scale modelling of two-phase flows based on the Stationary Action Principle and a Geometric Method Of Moments*, 2023. ArXiv 2308.15641.
- [5] G. Orlando. *Modelling and simulations of two-phase flows including geometric variables*. Ph.D. thesis, Politecnico di Milano, 2023. <http://hdl.handle.net/10589/198599>.

Contact : giuseppe.orlando@poyltechnique.edu

A moment model for non-equilibrium electrons in a plasma dominated by electron-neutral collisions

Alejandro ALVAREZ LAGUNA, Ecole Polytechnique/LPP - Palaiseau
Teddy PICHARD, Ecole Polytechnique/CMAP - Palaiseau

We consider the motion of electrons in a plasma composed of electrons, ions and atoms. The predominant effect on this motion is due to the elastic electron-neutral collision, corresponding to a weakly ionized plasma. We provide a specific scaling highlighting such an effect and relate all the small parameters in the model to the atom-electron mass ratio ϵ . From this scaling, we compute expansions of the collision operators in order of ϵ , before performing a Hilbert expansion of the distribution function. This method provides a coupled system of equations over the different orders of the distribution function, the first one being isotropic. This property allows simplifications that are used to construct an adapted method of moment. The mathematical structure of the resulting model is finally analyzed.

Contact : teddy.pichard@polytechnique.edu

Numerical investigations of Lugiato-Lefever equation for Kerr combs generation in Fabry-Perot resonators

Stéphane BALAC, IRMAR - Univ. Rennes

Gabriel CALOZ, IRMAR - Univ. Rennes

Monique DAUGE, IRMAR - Univ. Rennes

Fabrice MAHE, IRMAR - Univ. Rennes

Kerr frequency combs refer to a laser source whose spectrum consists of a series of discrete, equally spaced frequency lines, which are generated in an optical cavity from a continuous wave pump laser by Kerr nonlinearity. The coherent conversion of the pump laser to a frequency comb has been obtained in a variety of optical resonators such as whispering-gallery mode ring resonators, fiber ring resonators and more recently Fabry-Perot (FP) resonators, our main concern here [2]. FP resonators are formed by an optical fiber (centimeters long) bounded at each end by a multi-layer dielectric mirror.

A model to analyze light-wave propagation in ring as well as FP resonators in the context of Kerr comb generation relies on the Lugiato-Lefever equation (LLE). It is a nonlinear Schrödinger equation with damping, detuning, and driving force. With unknown ψ related to the slowly varying electric field envelope, the Lugiato-Lefever equation reads

$$\frac{\partial \psi}{\partial t}(\theta, t) = -i \frac{\beta}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2}(\theta, t) - (1 + i\alpha) \psi(\theta, t) + i \psi(\theta, t) \left(|\psi(\theta, t)|^2 + \frac{\sigma}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\psi(\zeta, t)|^2 d\zeta \right) + F \quad (1)$$

where $\theta \in]-\pi, \pi[$ is a normalized space variable introduced to cover in a unified way the above mentioned resonator types, t is a local time and the parameter σ has value either 0 for ring resonators or 1 for FP resonators. The constant unit-less parameters in (1) are $F > 0$ the amplitude of the laser pump, β the cavity group velocity dispersion (GVD) parameter and α the cavity phase detuning of the laser pump. The LLE (1) is to be considered together with periodic boundary and initial conditions.

The LLE (1) can be very efficiently solved numerically by using a Split-Step method but long-time solutions are strongly sensitive to the initial condition. Fortunately, since Kerr frequency comb are related to LLE stationary solutions, an alternative numerical approach to investigate frequency combs is to solve the stationary equation deduced from (1) using e.g. a collocation method. However, we have to face up to a new difficulty : most of the initializations for the collocation method lead to trivial constant solutions that are irrelevant from a physical point of view. This led us to refer to the bifurcation theory to investigate spatially periodic solutions to (1) bifurcating from the explicitly known branch of trivial constant solutions as devised in [1] for $\sigma = 0$.

Based on this analysis, we are using a pseudo-arc-length numerical continuation method from the onsets of bifurcations branches on the trivial branch of solutions, with either F or α as bifurcation parameter. We obtain a very rich bifurcation picture which allows an extensive account of various possible types of solutions to the stationary LLE. Moreover, in a complementary way, we can obtain close to their onsets an accurate knowledge of the bifurcations branches through asymptotic expansions.

This work has been undertaken in the framework of the ANR project Rollmops (Optical resonator with ultra-high quality factor for high spectral purity microwave signals generation) led by LAAS-Toulouse.

- [1] R. Mandel, W. Reichel. *A priori bounds and global bifurcation results for frequency combs modeled by the Lugiato-Lefever equation*. SIAM J. Appl. Math., **77**(1), 315–345, 2017.
- [2] J. Musgrave, S.-W. Huang, M. Nie. *Microcombs in fiber Fabry-Pérot cavities*. APL Photonics, **8**(12), 121101, 2023.

Contact : stephane.balac@univ-rennes.fr

Optimisation géométrique lagrangienne des contraintes mécaniques d'une résistance électrique

Timothée DEVICTOR, CEA,DES,IRESNE,DEC,Cadarache - Cadarache
Marc JOSIEN, CEA,DES,IRESNE,DEC,Cadarache - Cadarache
Olivier PANTZ, UNICE/LJAD - Nice

Cet exposé porte sur la minimisation des contraintes mécaniques d'une résistance électrique par optimisation géométrique lagrangienne.

L'optimisation géométrique est une sous-branche de l'optimisation de forme. Celle-ci consiste à trouver une géométrie optimale à un objet sans changer la topologie initiale [1]. On emploie la méthode de variations de frontières qui consiste à déplacer les frontières et à déformer les éléments du maillage par descente du gradient en utilisant une dérivée de forme [2]. Cette dérivée de forme peut être calculée soit en se basant sur un repère fixe (il s'agit d'une dérivée de forme eulérienne) soit en se basant sur un repère mobile (c'est la dérivée de forme lagrangienne) [1].

Les contraintes mécaniques ont une faible régularité ce qui entraîne des difficultés pour le calcul des dérivées de forme. D'où le besoin d'utiliser des méthodes d'optimisation de forme suffisamment robustes [4]. Or la méthode de variations de frontières munie d'une dérivée lagrangienne possède de meilleures propriétés de convergence que la dérivée eulérienne [3]. C'est pourquoi on emploie la méthode de variations de frontières munie d'une dérivée lagrangienne pour la résolution du problème de minimisation des contraintes mécaniques.

Comme cas d'application, on étudie la minimisation de la moyenne quadratique des contraintes équivalentes de von Mises d'une résistance électrique chauffante. La puissance thermique d'une telle résistance est limitée par le phénomène de dilatation thermique. Celui-ci entraîne l'apparition de contraintes mécaniques importantes au sein de la résistance pouvant conduire à la rupture. Pour réduire la température et les contraintes mécaniques tout en préservant une puissance thermique élevée, on propose d'incorporer à la résistance un matériau simultanément bon conducteur thermique et isolant électrique. On suppose que la résistance est un cylindre dont le rayon est négligeable par rapport à la hauteur et dont la répartition de matière est invariante axialement. On utilise donc l'hypothèse des déformations planes généralisées pour se placer en deux dimensions d'espace. Pour différentes topologies et géométries initiales, on obtient des géométries de résistance électrique qui permettent de réduire de manière conséquente leur température et leurs contraintes mécaniques. Ceci montre que la méthode de variations de frontières munie d'une dérivée de forme lagrangienne est une méthode d'optimisation géométrique suffisamment robuste pour résoudre des problèmes de minimisation de contraintes mécaniques.

- [1] G. Allaire. *Conception optimale de structures*, vol. 58 of *Mathématiques & Applications (Berlin)*. Springer-Verlag, Berlin, 2007.
- [2] J. Cea. *Conception optimale ou identification de formes, calcul rapide de la dérivée directionnelle de la fonction coût*. ESAIM : Modélisation mathématique et analyse numérique, **20(3)**, 371–402, 1986.
- [3] A. Paganini, R. Hiptmair. *Approximate Riesz representatives of shape gradients*. pp. 399–409, 2016.
- [4] G. Rozvany. *On design-dependent constraints and singular topologies*. Structural and Multidisciplinary Optimization, **21**, 164–172, 2001.

Contact : timothee.devictor@cea.fr

Une stratégie de sous-cyclage pour des méthodes de Volumes-Finis Lagrangiennes, appliquée à l'interaction fluide structure

Teddy CHANTRAIT, CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpajon - Bruyères-le-Châtel
Nicolas CHEVAUGEON, Ecole Centrale Nantes, GeM, UMR CNRS 6183 - Nantes
Stéphane DEL PINO, CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpajon - Bruyères-le-Châtel
Alexandre GANGLOFF, CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpajon - Bruyères-le-Châtel
Emmanuel LABOURASSE, CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpajon - Bruyères-le-Châtel

Nous nous intéressons aux effets d'une onde de souffle sur une structure déformable.

La simulation numérique de ce problème soulève de nombreuses difficultés, dues en particulier à son caractère multi-échelle en espace et en temps. La méthode monolithique consiste à résoudre le problème sur un seul domaine avec une méthode numérique unique. Le pas de temps est alors contraint par la plus grande vitesse d'onde dans l'ensemble du domaine. La méthode partitionnée consiste à découper la zone de simulation en plusieurs morceaux afin d'adapter la stratégie de résolution à la physique locale. Cette approche permet de choisir les méthodes numériques utilisées pour résoudre chaque problème. Nous utilisons les équations d'Euler pour modéliser le fluide et un modèle hyperélastique pour le solide. Les méthodes numériques sont basées sur les schémas Lagrangiens co-localisés GLACE [2] ou EUCCLHYD [6] dans le domaine fluide et issues de [1, 3, 4, 5] dans le domaine solide. Ces méthodes sont conservatives et entropiques.

Nous proposons une méthode partitionnée couplant ces méthodes et supportant un pas de temps local à chaque domaine. Nous utilisons des méthodes Arbitraire-Lagrange-Euler dans chacun des domaines de résolution, ce qui permet de conserver une interface lagrangienne entre les zones fluides et structures. Nous montrons comment résoudre le problème à la frontière de manière à conserver les propriétés des méthodes numériques. Une attention particulière est portée à la conservation (masse, quantité de mouvement, énergie totale).

Nous illustrons sur des exemples d'interaction fluide-structure, l'intérêt de la méthode.

- [1] W. Boscheri, R. Loubère, P.-H. Maire. *A 3D cell-centered ADER MOOD Finite Volume method for solving updated Lagrangian hyperelasticity on unstructured grids*. Journal of Computational Physics, **449**, 2022.
- [2] G. Carré, S. Del Pino, B. Després, E. Labourasse. *A cell-centered Lagrangian hydrodynamics scheme in arbitrary dimension*. J. Comp. Phys., **228(14)**, 5160–5183, 2009.
- [3] G. Georges. *Développement d'un schéma aux volumes finis centré lagrangien pour la résolution 3D des équations de l'hydrodynamique et de l'hyperélasticité*. Theses, Université de Bordeaux, 2016.
- [4] G. Kluth. *Analyse mathématique et numérique de systèmes hyperélastiques et introduction à la plasticité*. Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2008.
- [5] G. Kluth, B. Després. *Discretization of hyperelasticity on unstructured mesh with a cell-centered Lagrangian scheme*. Journal of Computational Physics, **229(24)**, 9092–9118, 2010.
- [6] P.-H. Maire, R. Abgrall, J. Breil, J. Ovardia. *A cell-centered Lagrangian scheme for two-dimensional compressible flow problems*. SIAM Journal on Scientific Computing, **29(4)**, 1781–1824, 2007.

Contact : alexandre.gangloff@cea.fr

Optimisation géométrique d'un modèle de batterie lithium-ion

Richard JOLY, CMAP, Ecole Polytechnique - Palaiseau

Grégoire ALLAIRE, CMAP, Ecole Polytechnique - Palaiseau

Romain DE LOUBENS, TotalEnergies OneTech - Palaiseau

Le modèle homogénéisé de Doyle, Fuller et Newman [3] (DFN) constitue le fondement de nombreux logiciels académiques [4] et industriels, utilisés pour simuler le fonctionnement d'une batterie lithium-ion. En étudiant une cellule de batterie $\Omega = \Omega_{\text{anode}} \cup \Omega_{\text{separator}} \cup \Omega_{\text{cathode}}$, soumise à un courant constant pendant une décharge, notre objectif est d'optimiser la géométrie des interfaces séparant les électrodes du séparateur, en minimisant une fonction dépendante de cette géométrie.

Les équations multi-échelles du modèle DFN, dérivées de la théorie des électrodes poreuses, forment un système couplé. Il est constitué de deux équations de diffusion non stationnaires, l'une à l'échelle macroscopique pour la concentration en lithium dans l'électrolyte liquide (c_e) et la seconde, à l'échelle microscopique, pour la concentration en lithium dans la phase solide (c_s).

$$\epsilon_e \frac{\partial c_e}{\partial t} - \nabla \cdot (\mathbf{D}_{e,\text{eff}} \nabla c_e) = -\frac{t_+^0}{F} \nabla \cdot \mathbf{i}_e + \frac{a_s i_{se}}{F} \quad \text{in } \Omega \times [0, T_{\text{max}}] \quad (1)$$

$$\frac{\partial c_s}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(D_s r^2 \frac{\partial c_s}{\partial r} \right) \quad \text{in } B_R \times [0, T_{\text{max}}] \quad (2)$$

Deux équations elliptiques stationnaires à l'échelle macroscopique terminent de compléter ce couplage. Celle du potentiel ionique électrolytique (φ_e) et celle du potentiel électrique dans la phase solide (ϕ_s).

$$-\nabla \cdot \mathbf{i}_e + a_s i_{se} = 0, \quad \mathbf{i}_e = -\mathbf{\Lambda}_{e,\text{eff}} \nabla \varphi_e + \frac{2RT(1-t_+^0)(1+\delta_e)}{F} \mathbf{\Lambda}_{e,\text{eff}} \nabla \ln c_e \quad \text{in } \Omega \times [0, T_{\text{max}}] \quad (3)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{\Lambda}_{s,\text{eff}} \nabla \phi_s) = a_s i_{se} \quad \text{in } \Omega_{\text{anode}} \cup \Omega_{\text{cathode}} \times [0, T_{\text{max}}] \quad (4)$$

Le terme source de ces équations i_{se} est une fonction dépendante de l'ensemble des variables susmentionnées et est exprimée au moyen de la relation de Butler-Volmer. A ces équations, des conditions limites sont ajoutées ainsi que des conditions de continuité aux interfaces. La microstructure de la phase solide de chacune des électrodes poreuses est composée d'une matière active, qui est représentée par une boule B_R de rayon R . Enfin, ϵ_e , a_s , $\mathbf{\Lambda}_{e,\text{eff}}$, $\mathbf{\Lambda}_{s,\text{eff}}$ et $\mathbf{D}_{e,\text{eff}}$ sont des coefficients homogénéisés du modèle et D_s , t_+^0 et δ_e représentent des paramètres matériaux intrinsèques.

Nous proposons ici une implémentation de la version dite pseudo-3D (P3D) du modèle DFN, qui combine les méthodes d'éléments finis et des différences finies en utilisant les langages FreeFem et C++. Associée à l'application d'outils d'optimisation géométrique [1] aux interfaces des électrodes, cette implémentation nous permet de calculer un gradient de forme grâce à la méthode de l'adjoint et d'appliquer un algorithme de flot de gradient [2] pour minimiser une fonction de performance sous contraintes géométriques.

Ces calculs représentent une première étape vers une optimisation géométrique et topologique complète de la cellule de batterie, comprenant l'optimisation de la microstructure poreuse au sein de chaque électrode.

- [1] G. Allaire, C. Dapogny, F. Jouve. *Shape and topology optimization*. In *Handbook of numerical analysis*, vol. 22, pp. 1–132. Elsevier, 2021.
- [2] F. Feppon, G. Allaire, C. Dapogny. *Null space gradient flows for constrained optimization with applications to shape optimization*. ESAIM : Control, Optimisation and Calculus of Variations, **26**, 90, 2020.
- [3] T. F. Fuller, M. Doyle, J. Newman. *Simulation and optimization of the dual lithium ion insertion cell*. Journal of the electrochemical society, **141**(1), 1, 1994.
- [4] V. Taralova, O. Iliev, Y. Efendiev. *Derivation and numerical validation of a homogenized isothermal Li-ion battery model*. J. Eng. Math., **101**, 1–27, 2016. doi :10.1007/s10665-015-9842-6.

Contact : richard.joly@totalenergies.com

Propriétés de non-contrôlabilité de l'équation de Grushin généralisée sur des variétés de dimension 2

Roman VANLAERE, CEREMADE - Paris

Dans cet exposé, nous allons nous intéresser aux propriétés de non-contrôlabilité interne de l'équation de la chaleur sur des variétés presque-Riemanniennes de dimension 2. Plus précisément, nous considérons des variétés pour lesquelles il existe une sous-variété de dimension 1, appelée singularité, le long de laquelle la métrique Riemannienne dégénère. Localement, autour de la singularité ou d'un point de celle-ci, les variétés seront supposées être difféomorphes à des ouverts Euclidiens de la forme $\Omega_x \times \Omega_y$, munis d'une métrique de type Grushin, pouvant être écrite sous la forme $G := dx^2 + \frac{1}{q(x)^2 r(y)^2} dy^2$. La structure sous-riemannienne sur M est donc au moins localement engendrée par les champs de vecteurs $\{\partial_x, q(x)r(y)\partial_y\}$. Si l'on munit M d'une mesure lisse non-singulière, écrite localement autour de la singularité comme $h(x)dx dy$, alors la restriction de sous-Laplacien dans un tel voisinage s'exprime en coordonnées comme $\frac{1}{h(x)}\partial_x(h(x)\partial_x) + q(x)^2\partial_y(r(y)^2\partial_y)$. Sous des hypothèses de similarité entre q et x^γ autour de 0, nous énonçons le théorème suivant de manière formelle.

Théorème 1. [3, Théorème 1.4] *Soit M une variété décrite comme ci-dessus.*

- (i) *Si $\gamma = 1$, et la zone de contrôle n'intersecte pas toute la singularité, et que dans le voisinage d'un point de la singularité, r est identiquement égale à 1, alors il existe un temps T^* , qui dépend de la distance sous-Riemannienne, tel que pour tout $T < T^*$, l'équation de la chaleur n'est pas contrôlable à zéro en temps T .*
- (ii) *Si $\gamma > 1$, si la zone de contrôle est à une distance strictement positive de la singularité, et que cette dernière admet un voisinage difféomorphe à $\Omega_x \times \Omega_y$, alors l'équation de la chaleur n'est jamais contrôlable à zéro.*

En particulier, nous montrons que les propriétés de non-contrôlabilité sur M sont héritées des propriétés de non-contrôlabilité sur des structures Euclidiennes, avec Ω_x un intervalle borné contenant 0 à l'intérieur. Dans le cas $\gamma = 1$, il s'agit de montrer que les résultats connus tiennent toujours ([1, 2]), et dans le cas $\gamma > 1$, nous démontrons qu'il n'y a jamais contrôlabilité. Il est à noter qu'au moyen d'un changement de variable élémentaire, cela revient à considérer l'opérateur $\tilde{G} := \partial_{xx} + q(x)^2\partial_y(r(y)^2\partial_y) + V(x)$. Enfin, nous montrons que le temps T^* donné par le théorème ci-dessus n'est en général pas optimal.

Théorème 2. [3, Théorème 1.5] *Soit $M = \mathbb{R}^2$. Supposons qu'il existe $L > 0$ tel que la zone de contrôle s'écrive $\omega = \omega_x \times \mathbb{R}^2$, avec $\omega_x = \mathbb{R} \setminus (-L, L)$, r est identiquement égal à 1 sur \mathbb{R} , $V \in L_{loc}^\infty(\mathbb{R})$, et enfin*

- (i) *$\partial_x^k q(0) = 0$ for all $k \in \{0, \dots, \gamma - 1\}$, $\partial_x^\gamma q(0) > 0$, and $q(x) \neq 0$ for every $x \neq 0$,*
- (ii) *il existe $\alpha, \beta > 0$, tel que pour tout $|x|$ suffisamment large, $q(x)^2 \geq \alpha|x|^\beta$,*
- (iii) *il existe $M \in \mathbb{R}$ tel que $V(x) \geq M$, pour presque tout x*

Alors, si $\gamma > 1$, l'équation de la chaleur associée à \tilde{G} n'est jamais contrôlable, et si $\gamma = 1$, il existe $T^ > 0$, qui dépend de β , tel que l'équation ne soit contrôlable en aucun temps $T < T^*$.*

- [1] K. Beauchard, J. Dardé, S. Ervedoza. *Minimal time issues for the observability of Grushin-type equations.* Annales de l'Institut Fourier, **70(1)**, 247–312, 2020. doi :10.5802/aif.3313.
- [2] J. Dardé, A. Koenig, J. Royer. *Null-controllability properties of the generalized two-dimensional baouendi-grushin equation with non-rectangular control sets,* 2022.
- [3] R. Vanlaere. *Non null-controllability properties of the heat-like generalized grushin equation on 2d-manifolds.* Redaction in process, 2024.

Contact : roman.vanlaere@dauphine.psl.eu

Shape optimization with discontinuities

Rodrigo ZELADA, LMAP - UPPA - Pau

Dans cette présentation nous parlerons d'une méthode d'optimisation de forme avec discontinuités (dans l'esprit de [1]) et conditions aux limites non classiques. Nous considérons un cadre de deux matériaux séparés par une couche mince, où la condition aux limites de type Ventcell est obtenue grâce à une analyse asymptotique d'ordre un du problème de transmission aux interfaces des couches minces par rapport au paramètre d'épaisseur, notamment des isolants et des échangeurs de chaleur [3]. Grâce à cette approximation, le problème multi-physique est réduit à un problème de couplage faible, entre les équations de Navier-Stokes en régime permanent pour la dynamique des deux fluides et l'équation de convection-diffusion pour la chaleur. À fin de pouvoir résoudre telles équations, il faudra d'abord parler du méthode des éléments finis, c'est-à-dire d'étudier une équation de diffusion avec des conditions de transmission non standards, faisant intervenir des discontinuités et les conditions aux limites de Ventcel à l'interface. En raison des discontinuités, nous travaillons avec des Espaces Sobolev brisés qui permettent de traiter les sauts et moyennes des flux et les fonctions de test. Nous proposons une approche éléments finis étendue de Nitsche [2] et la comparons avec une méthode Galerkin Discontinue. La coercivité, la stabilité et les estimations d'erreurs a priori sont prouvées et vérifiées numériquement. Après avoir fait l'analyse numérique, nous reprendrons la partie d'optimisation de forme, où nous caractérisons la dérivée de forme pour les fonctionnelles objectives et effectuons des simulations numériques en deux et trois dimensions pour obtenir un échangeur de chaleur optimal.

- [1] G. Allaire, B. Bogosel, M. Godoy. *Shape optimization of an imperfect interface : steady-state heat diffusion*. Journal of Optimization Theory and Applications, **191(1)**, 169–201, 2021.
- [2] D. Capatina, R. Luce, H. El-Otmany, N. Barrau. *Nitsche's extended finite element method for a fracture model in porous media*. Applicable Analysis, **95(10)**, 2224–2242, 2016.
- [3] F. Feppon, G. Allaire, C. Dapogny, P. Jolivet. *Body-fitted topology optimization of 2d and 3d fluid-to-fluid heat exchangers*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **376**, 113638, 2021.

Contact : rodrigo.zelada-mancini@univ-pau.fr

Une approche moment pour des lois de conservation hyperboliques paramétrées

Clément CARDOEN, LMJL - Nantes **Swann MARX**, LS2N - Nantes
Anthony NOUY, LMJL - Nantes **Nicolas SEGUIN**, IMAG - Montpellier

Nous proposons ici une nouvelle méthode qui est une extension de [5] aux lois de conservation paramétrées ou aléatoires. Alors qu'il est classique de rechercher des solutions faibles aux lois de conservation hyperboliques, nous nous intéressons aux solutions dites à valeur mesure (mv) introduites par DiPerna dans [1], qui sont des mesures de Young $\nu_{(t,x,\xi)}$ indexées respectivement par le temps, l'espace et les paramètres. En pratique, une solution mv est une mesure de Dirac $\delta_{u(t,x,\xi)}$ supportée sur le graphe de la solution faible $u(t, x, \xi)$.

Le cadre que nous considérons est similaire à celui présenté dans [7, 6], mais notre point de départ est une formulation faible du problème vis-à-vis du paramètre. Sous l'hypothèse que les données sont polynomiales, cette formulation fournit des contraintes sur les moments de la mesure. Cela nous permet de considérer le problème comme un problème aux moments généralisé (GMP), un problème d'optimisation en dimension infinie sur des séquences de moments de mesures, où le coût et les contraintes sont linéaires en les moments des mesures. Des résultats puissants de la géométrie algébrique réelle permettent de reformuler la contrainte selon laquelle une suite est une suite de moments en contraintes semi-définies implémentables numériquement. Ce problème est ensuite résolu en utilisant la hiérarchie de Lasserre (moment sum-of-squares) [3], qui consiste à résoudre une séquence de programmes semi-définis convexes de taille croissante pour approcher les moments des solutions mv.

Une fois qu'une approximation des moments est obtenue, plusieurs post-traitements sont possibles. Tout d'abord, nous pouvons obtenir des statistiques sur les variables d'intérêt qui sont des fonctions des moments de la solution. De plus, le graphe de la solution $u(t, x, \xi)$ peut être récupéré en utilisant une propriété de localisation du noyau de Christoffel-Darboux de la mesure approchée $\nu_{(t,x,\xi)}$, en suivant la méthodologie proposée dans [4]. En suivant [2], on peut aussi avoir accès à des quantités d'intérêt plus générales.

- [1] R. J. Diperna. *Measure-valued solutions to conservation laws*. Archive for Rational Mechanics and Analysis, **88**, 223–270, 1985.
- [2] D. Henrion, J. Lasserre. *Graph Recovery from Incomplete Moment Information*. Constructive Approximation, **56**, 165–187, 2022.
- [3] J. B. Lasserre. *Moments, positive polynomials and their applications*, vol. 1. World Scientific, 2009.
- [4] S. Marx, E. Pauwels, T. Weisser, D. Henrion, J. Lasserre. *Semi-algebraic approximation using Christoffel-Darboux kernel*. Constructive Approximation, 2021. doi :10.1007/s00365-021-09535-4.
- [5] S. Marx, T. Weisser, D. Henrion, J. Lasserre. *A moment approach for entropy solutions to non-linear hyperbolic PDEs*. Mathematical Control and Related Fields, **10(1)**, 113–140, 2020. doi : 10.3934/mcrf.2019032.
- [6] S. Mishra, N. Risebro, C. Schwab, S. Tokareva. *Numerical solution of scalar conservation laws with random flux functions*. SIAM/ASA Journal on Uncertainty Quantification, **4(1)**, 552–591, 2016. doi :10.1137/120896967.
- [7] S. Mishra, C. Schwab. *Sparse tensor multi-level monte carlo finite volume methods for hyperbolic conservation laws with random initial data*. Mathematics of Computation, **81(280)**, 1979–2018, 2012.

Contact : clement.cardoen@ec-nantes.fr

Convergence vers l'équilibre pour les solutions de certains systèmes discrétisés forcés du second ordre de type gradient

Haythem CHEIKH,

- Laboratoire Équations aux Dérivées Partielles, LR03ES04,
Faculté des sciences de Tunis, Université Tunis El Manar, 2092 El Manar, Tunisia,
Laboratoire M2N CNAM, 292 rue Saint-Martin 75003 Paris, France.

Dans cet exposé, nous étudions la discrétisation implicite et les propriétés de convergence d'une équation différentielle non linéaire du second ordre. Considérons l'équation suivante :

$$\varepsilon u'' + |u'|^\alpha u' + \nabla F(u) = g(t) \quad (1)$$

où $F : R^d \rightarrow R$, $g : R_+ \rightarrow R^d$, $\varepsilon > 0$ et $\alpha \geq 0$. Nous nous concentrerons sur le comportement asymptotique d'une discrétisation de l'équation (1), pour laquelle nous prouverons un résultat d'existence et d'unicité. Nous établissons que sous certaines conditions sur F et g , une solution du système discrétisé converge vers un point d'équilibre. Pour cela, une inégalité de Lojasiewicz sera exploitée et nous introduirons une énergie discrétisée et une fonction de Lyapunov. Nous fournissons quelques simulations numériques qui appuient nos résultats.

Les résultats mentionnés dans cet exposé sont issus de l'article [1].

- [1] H. Cheikh. *Convergence to equilibrium for solutions of some forced discretized second-order gradient-like systems*. To appear in *Mathematical Control and Related Fields*.

Contact : haythemcheikh8@gmail.com

Approche hiérarchique pour la dynamique moléculaire en champs de force polarisables à large échelle

Igor CHOLLET, LAGA - Villetaneuse Louis LAGARDÈRE, LCT - Paris
Jean-Philip PIQUEMAL, LCT - Paris

L'évaluation naïve des énergies en dynamique moléculaire peut constituer une limitation pour les simulations lorsque le nombre d'atome dépasse un certain seuil. En effet, pour un système de N atomes, le coût en terme d'opérations arithmétiques d'une telle tâche est de l'ordre de $\mathcal{O}(N^2)$ et doit se réaliser à chaque pas de temps de la simulation, ce qui devient rapidement prohibitif. Dans le cadre de champs de force polarisables, cette énergie \mathcal{E} s'exprime sous la forme suivante :

$$\mathcal{E} := \sum_{\mathbf{t} \in \alpha \mathbb{Z}^3} \sum_{\mathbf{x} \in X} \sum_{\mathbf{y} \in X} \mathcal{D}_{\mathbf{x}} \mathcal{D}_{\mathbf{y}} G(\mathbf{x}, \mathbf{y} + \mathbf{t}) \quad (1)$$

où α désigne le diamètre de la boîte de calcul, X est un nuage de points correspondant aux positions des atomes, G est une loi d'interaction (typiquement un noyau de Coulomb $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^{-1}$) et $\mathcal{D}_{\mathbf{u}}$ est une combinaison linéaire de dérivées partielles dont les coefficients sont fixés pour un atome \mathbf{u} donné. Ici, la série sur \mathbf{t} , dupliquant la boîte de calcul dans toutes les directions de sorte à mimer un milieu non vide, est seulement conditionnellement convergente, compliquant encore son calcul numérique en pratique.

Pour ces raisons, une large part des codes de calcul exploitent les algorithmes type "Particle Mesh Ewald" (PME [2]), eux-même basés sur une combinaison entre sommation d'Ewald (qui reformule le problème en une somme de séries absolument convergentes) et transformée de Fourier rapide (FFT), autorisant un calcul approché avec une complexité $\mathcal{O}(N \log N)$. Cependant, cette approche montre d'importantes limitations sur des architectures de calcul en mémoire distribuée, nécessaires lorsque les systèmes d'atomes dépassent une certaine taille, typiquement dans le cadre de petits systèmes biologiques.

Aussi, dans cet exposé, nous présenterons une nouvelle alternative à PME nommée ANKH, basée sur les méthodes hiérarchiques [4, 3, 1] pour les problèmes à N corps et résolvant ce problème de scalabilité tout en réduisant la complexité du calcul à un coût linéaire plutôt que linéarithmique. Nous introduirons dans un premier temps ces méthodes hiérarchiques, puis nous expliquerons de quelle façon celles ci peuvent se prêter à des applications aux calculs d'énergie pour les champs de force polarisables sur des architectures modernes. Des résultats numériques illustreront le potentiel de l'approche proposée.

- [1] I. Chollet, X. Claeys, P. Fortin, L. Grigori. *A Directional Equispaced interpolation-based Fast Multipole Method for oscillatory kernels*. SIAM Journal on Scientific Computing, **45(1)**, 2023.
- [2] T. Darden, D. York, L. Pedersen. *Particle mesh Ewald : An $N \log(N)$ method for Ewald sums in large systems*. The Journal of Chemical Physics, **98(12)**, 1993.
- [3] W. Fong, E. Darve. *The black-box fast multipole method*. Journal of Computational Physics, **228(23)**, 2009.
- [4] L. Greengard, V. Rokhlin. *A fast algorithm for particle simulations*. Journal of Computational Physics, **73(2)**, 1987.

Contact : chollet@math.univ-paris13.fr

Numerical analysis of a spectral problem with high order boundary conditions on curved meshes

Joyce GHANTOUS, LMAP - Université de Pau et des Pays de l'Adour

Keywords : Laplace-Beltrami operator, A priori error estimates, Ventcel boundary conditions, spectral problems, finite element analysis, curved meshes, geometric error, lift operator.

Summary :

In this talk, we consider a spectral problem, referred to as the Ventcel eigenvalue problem, involving a second order term on the domain boundary (the Laplace-Beltrami operator, denoted Δ_Γ). Let Ω be a domain of \mathbb{R}^d ($d = 2, 3$) with a smooth (at least C^2) boundary $\Gamma := \partial\Omega$,

$$\begin{cases} -\Delta u = \lambda u & \text{in } \Omega, \\ -\Delta_\Gamma u + \partial_n u + u = 0 & \text{on } \Gamma. \end{cases}$$

where $\partial_n u$ is the normal derivative of u . The main objective of this work is to do an error analysis of the Ventcel eigenvalue Problem, estimating the error for the eigenvalues and the eigenfunctions. A crucial point concerns the construction of high order curved meshes for the discretization of the physical domain (see Figure 1) and on the definition of the lift operator defined in [1], which is aimed to transform a function defined on the mesh domain into a function defined on the physical one. This lift is defined in a way as to satisfy adapted properties on the boundary, relatively to the trace operator, which were not satisfied in [3] for a different lift definition. A bootstrap method is used to prove the error estimates, which are expressed both in terms of finite element approximation error and of geometrical error, respectively associated to the finite element degree $k \geq 1$ and to the mesh order $r \geq 1$ as detailed in [2]. The numerical experiments are led on various smooth domains in 2D and 3D in order to illustrate these results.

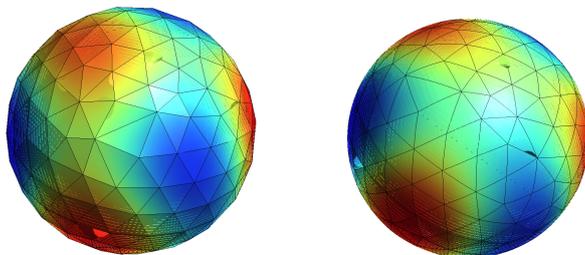


FIGURE 1 – Display of the eigenfunction associated with the eigenvalue Λ_{10} using \mathbb{P}^2 finite element method on an affine mesh (left) and a quadratic mesh (right).

- [1] F. Caubet, J. Ghantous, C. Pierre. *Numerical analysis of a diffusion equation with ventcel boundary condition using curved meshes*. (submitted), 2023.
- [2] F. Caubet, J. Ghantous, C. Pierre. *Finite element analysis of a spectral problem on curved meshes occurring in diffusion with high order boundary conditions*. (submitted), 2024.
- [3] C. M. Elliott, T. Ranner. *Finite element analysis for a coupled bulk-surface partial differential equation*. IMA J. Numer. Anal., **33(2)**, 377–402, 2013.

Contact : joyce.ghantous@univ-pau.fr

Estimation of the effective sound speed in an acoustic medium

Josselin GARNIER, CMAP (Ecole Polytechnique, IP Paris) - Palaiseau
Laure GIOVANGIGLI, POEMS (CNRS, Inria, ENSTA Paris) - Palaiseau
Quentin GOEPFERT, POEMS (CNRS, Inria, ENSTA Paris) - Palaiseau
Pierre MILLIEN, Institut Langevin, (CNRS, ESPCI Paris) - Paris

The emergence of quantitative medical imaging techniques constitutes a major shift of paradigm for the theory of inverse problems. Imaging modalities are now expected not only to produce an image but quantitatively reconstruct parameters of interest. In an ultrasound imaging setting, the quality of the image is impacted by the error between the backpropagating speed (usually assumed to be the speed of water) and the effective sound speed inside the medium to image. Therefore, in this work, we aim at constructing an estimator of the effective velocity in soft biological tissues. This is achieved by analyzing the dependence of the point spread function (PSF) with respect to the backpropagation speed. The PSF of an imaging system is the pattern produced on the image by a point-like object. When the theoretical PSF of a given system is known, the comparison with the pattern of a given image allows for an assessment of the quality of the image (blurring, aberration, presence of artifacts). We first prove that a point-like object can be used as a "guide star" to calculate the backpropagation speed inside a homogeneous medium. By studying the dependence of the pixel at the center of the focal spot with respect to the backpropagation speed, we show that the phase exhibits a jump when the backpropagation speed matches the sound speed in the medium.

However, in biological tissues, the backscattered wavefield does not come from isolated targets but from numerous unresolved randomly distributed scatterers. By focusing waves in the medium, we are able to recreate a "virtual guide star" and extract coherent data from the measurements to build an estimator of the effective sound speed in the complex medium, that exhibits the same phase jump. Finally, we perform a quantitative sensitivity analysis of our estimator and confront our result with experimental measurements.

Contact : quentin.goepfert@ensta-paris.fr

Local density interpolation applied to boundary integral methods

Dongchen HE, POEMS, CNRS, INRIA, ENSTA, Institut Polytechnique - Paris

Luiz M. FARIA, POEMS, CNRS, INRIA, ENSTA, Institut Polytechnique - Paris

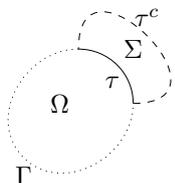
Aline LEFEBVRE-LEPOT, CNRS, FdM de CentraleSupélec - Univ. Paris Saclay

In this exposition we present a technique to deal with singular integrals ubiquitous in boundary integral equation methods. In most applications they are of the following form :

$$\alpha \int_{\Gamma} \gamma_{1,\mathbf{y}} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \sigma(\mathbf{y}) ds_{\mathbf{y}} - \beta \int_{\Gamma} G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \sigma(\mathbf{y}) ds_{\mathbf{y}}, \quad \mathbf{x} \in \Gamma, \quad (1)$$

where Γ is the boundary of a domain in \mathbb{R}^d , G is the free-space Green's function, γ_1 the Neumann trace operator of the elliptic differential operator in question, and α, β are constants. The idea is to employ Green's identity to transport singular integrals to a new boundary without singularity, allowing for the use of standard quadrature rules. Unlike previous works on density interpolation methods (e.g. [2]), we focus here on the construction of *local interpolants* which need only satisfy the underlying partial differential operator on a small neighborhood of the singularity. This alleviates some issues encountered in the global density interpolation method, such as the need of a global interpolation basis, making it simpler to add various levels of *local refinement*.

Let $\tau \subset \Gamma$ be a patch containing the singular point \mathbf{x} , and let $\Sigma \subset \mathbb{R}^d$ be a domain such that $\tau \subset \partial\Sigma$ (see Figure 1). The *local density interpolation* problem consists of finding a function $\tilde{\sigma}$ such that



$$\begin{cases} \mathcal{L}\tilde{\sigma} = 0, & \text{in } \Sigma; \\ \tilde{\sigma} = \alpha\sigma, & \text{on } \tau; \\ \gamma_1\tilde{\sigma} = \beta\sigma, & \text{on } \tau. \end{cases} \quad (2)$$

FIGURE 1 – Schematic of interpolation domain

where \mathcal{L} is the underlying elliptic operator (e.g. $\mathcal{L} = \Delta$). This method is in principle applicable to a wide range of PDEs of physical interest. In this exposition, a semi-analytic construction procedure is developed for the 2-dimensional Laplace and Stokes equations thanks to the expression of their solutions in complex variables (c.f. for example [1]).

- [1] M. Kropinski. *An efficient numerical method for studying interfacial motion in two-dimensional creeping flows*. Journal of Computational Physics, **171**(2), 479–508, 2001.
- [2] C. Pérez-Arancibia, L. M. Faria, C. Turc. *Harmonic density interpolation methods for high-order evaluation of laplace layer potentials in 2d and 3d*. Journal of Computational Physics, **376**, 411–434, 2019.

Contact : dongchen.he@ensta-paris.fr

Mixed precision numerical methods for solving large systems of ordinary differential equations

Mouhamad AL SAYED ALI, Inria Lyon - Villeurbanne

Samuel BERNARD, Inria Lyon - Villeurbanne

Arsène MARZORATI, Inria Lyon - Villeurbanne

Jonathan ROUZAUD-CORNABAS, Université de Lyon, INSA-Lyon, Inria, CNRS
Université Claude Bernard Lyon 1, ECL, Université Lumière Lyon 2, LIRIS UMR5205 - Lyon

On modern architectures, the performance of 32-bit (single precision) operations is often at least twice as fast as the performance of 64-bit (double precision) operations (see *e.g.* [1]). By using a combination of 32-bit and 64-bit floating point arithmetic (mixed precision), we can design numerical methods that run faster and use less memory while limiting the loss of arithmetic precision due to the use of less precise numerical format. Furthermore, future architectures will add more floating point precisions such as different types of 16-bit half precision. These new formats should be used in the future to even improve the performance of numerical methods.

Here we study the use of mixed precision in solving large systems of ordinary differential equations (ODE) by both explicit and implicit schemes. For the explicit schemes, for example (explicit Runge-Kutta (RK2, RK4, RK6), Adams Bashforth,...), lowering the precision of the intermediate stages brings increased speed and reduced communication and energy costs, but it produces results of correspondingly low accuracy.

Implicit integration schemes require, at each integration step, the solution of a large nonlinear system. The nonlinear system is solved by the Newton method that leads to a set of linear systems involving the Jacobian matrix of the ODE and are solved by Krylov subspace methods. The convergence of the whole process relies on the quality of the initial solutions for both the inexact Newton iteration and the linear systems. To improve global convergence, line search and trust region algorithms can be used to improve initial solutions. We explore some approaches in reducing the arithmetic precision in the resolution of the nonlinear system to accelerate the numerical solution of the ODE. These approaches combine the performance of lower precision arithmetic with the accuracy of higher precision arithmetic. We have tested our results on several models (the Neural Field model, the multiscale mathematical model for the regulation of the cell cycle by the circadian clock which is relatively stiff). The numerical results show that parallel schemes running in single precision are up to 2 times faster than those running in double precision, but they do not provide sufficient accuracy. However, the numerical results show that the parallel schemes running in Mixed precision are up to 1.5 times faster than those running in double precision with sufficient accuracy. The numerical results also show that the parallel implicit schemes in mixed precision are more accurate and faster than the explicit ones.

- [1] N. J. Higham, T. Mary. Mixed precision algorithms in numerical linear algebra. Acta Numerica, **31**, 347–414, 2022.

Contact : mouhamad.al-sayed-ali@inria.fr

Ponio : vous reprendrez bien un peu d'intégrateur en temps ?

Josselin MASSOT, CMAP - Palaiseau

Il existe de nombreuses stratégies d'intégration en temps pour résoudre une EDP par la méthode des lignes : les méthodes de type Runge-Kutta (explicites, diagonal-implicites, implicites), les méthodes de Lawson induites par des méthodes Runge-Kutta, les méthodes exponentielles Runge-Kutta, les méthodes IMEX (implicites-explicites, aussi appelées *additive Runge-Kutta*), les méthodes de Runge-Kutta Chebyshev (aussi appelées méthodes à stabilité étendue), et ce, sans oublier les méthodes de *splitting* (de Lie ou de Strang). Un catalogue assez restreint peut être retrouvé dans un écosystème C++, à l'aide, par exemple, des logiciels odeint [4] ou GSL [5], mais rien de l'envergure de DifferentialEquation.jl [6] en Julia. En C++, la solution est souvent un appel à des routines Fortran¹. C'est en partant de ce constat et de la volonté d'avoir des méthodes d'intégration de nouvelle génération (type ROCK4 [3], PIROCK [1], ESERK [2], etc.) écrites en C++ qu'est né le développement du logiciel ponio.

Dans cet exposé, nous présenterons différentes méthodes pour résoudre différents modèles, dont un problème raide classique : l'équation de Curtiss-Hirschfelder, et illustrerons ceci par des résultats numériques issus du logiciel ponio. L'ensemble de ces travaux est disponible via le logiciel *open source* ponio qui se trouve à cette adresse : <https://github.com/hpc-maths/ponio>.

- [1] Pirock : *A swiss-knife partitioned implicit-explicit orthogonal runge-kutta chebyshev integrator for stiff diffusion-advection-reaction problems with or without noise*. Journal of Computational Physics, **242**, 869–888, 2013. doi :<https://doi.org/10.1016/j.jcp.2013.02.009>.
- [2] Eserk5 : *A fifth-order extrapolated stabilized explicit runge-kutta method*. Journal of Computational and Applied Mathematics, **356**, 22–36, 2019. doi :<https://doi.org/10.1016/j.cam.2019.01.040>.
- [3] A. Abdulle. *Fourth order chebyshev methods with recurrence relation*. SIAM Journal on Scientific Computing, **23(6)**, 2041–2054, 2002. doi :10.1137/S1064827500379549.
- [4] K. Ahnert, M. Mulansky. *Odeint – Solving Ordinary Differential Equations in C++*. AIP Conference Proceedings, **1389(1)**, 1586–1589, 2011. doi :10.1063/1.3637934.
- [5] B. Gough. *GNU scientific library reference manual*. Network Theory Ltd., 2009.
- [6] C. Rackauckas, Q. Nie. *DifferentialEquations.jl—a performant and feature-rich ecosystem for solving differential equations in Julia*. Journal of Open Research Software, **5(1)**, 2017.

Contact : josselin.massot@polytechnique.edu

1. Comme celles proposées sur la page de Ernst Hairer de l'Université de Genève <http://www.unige.ch/~hairer/software.html>

Analyse d'un schéma HMM à un pas pour les systèmes d'EDS lents-rapides

Charles-Édouard BRÉHIER, LMAP - Pau

Ludovic GOUDENÈGE, Fédération Mathématique de CentraleSupélec - Gif-sur-Yvette

Jules PERTINAND, TUM - Munich

On cherche à approcher la loi du système d'EDS lent-rapide suivant

$$\begin{cases} dX_t^\varepsilon = f(X_t^\varepsilon, Y_t^\varepsilon) dt + g(X_t^\varepsilon, Y_t^\varepsilon) dB_t & \text{dans } \mathbb{R}^d \\ dY_t^\varepsilon = b(X_t^\varepsilon, Y_t^\varepsilon) dt + \sigma(X_t^\varepsilon, Y_t^\varepsilon) dW_t & \text{dans } \mathbb{R}^d \end{cases} \quad (1)$$

Sous de bonnes hypothèses d'ergodicité sur la composante rapide Y^ε , la séparation des échelles de temps conduit à la *moyennisation* de la composante lente, i.e.

$$\forall t > 0, X_t^\varepsilon \xrightarrow[\varepsilon \rightarrow 0]{\text{loi}} \bar{X}_t$$

où \bar{X} suit l'EDS

$$d\bar{X}_t = \bar{f}(\bar{X}_t) dt + \bar{g}(\bar{X}_t) d\bar{B}_t$$

voir [2].

Bien qu'on dispose d'une formule explicite pour \bar{f} et \bar{g} , celles-ci sont coûteuses à évaluer en pratique. L'approche classique est alors de recourir à un schéma dit Heterogeneous Multiscale Methods (HMM), voir [1], qui combinent intelligemment la discrétisation de la dynamique et l'approximation de \bar{f}, \bar{g} . Ici, on propose le schéma HMM à un pas suivant

$$\begin{cases} X_{n+1}^\tau = X_n^\tau + \Delta t f(X_n^\tau, Y_{n+1}^\tau) + \Delta t^{\frac{1}{2}} g(X_n^\tau, Y_{n+1}^\tau) \Gamma_{n+1} \\ Y_{n+1}^\tau = \phi(X_n^\tau, Y_n^\tau, \tau, \gamma_{n+1}) \end{cases} \quad (2)$$

pour $\Delta t > 0$, $\tau = \sqrt{\Delta t}$ et où ϕ définit un schéma ergodique consistant pour Y .

Sous de bonnes hypothèses d'ergodicité sur la dynamique rapide et sa discrétisation, on montre que, malgré la simplicité du schéma, l'approximation n'est pas dégradée par rapport à un schéma HMM standard : pour un temps final $T > 0$, un nombre de pas $N := \frac{T}{\Delta t}$ et une fonction test φ , on a un contrôle explicite de l'erreur faible

$$|\mathbb{E}[\varphi(X_T^\varepsilon)] - \mathbb{E}[\varphi(X_N^\tau)]| \lesssim \sqrt{\Delta t} + \varepsilon$$

pour un coût de calcul $O(\frac{1}{\Delta t})$.

[1] W. E, D. Liu, E. Vanden-Eijnden. *Analysis of multiscale methods for stochastic differential equations*. Commun. Pure Appl. Math., **58(11)**, 1544–1585, 2005. doi :10.1002/cpa.20088.

[2] R. Z. Hashminskii. *On the principle of averaging the Itô's stochastic differential equations*. Kybernetika (Prague), **4**, 260–279.

Contact : jules.pertinand@tum.de

Schémas Galerkin discontinus d'ordre arbitrairement élevé : variantes et application à l'équation d'advection-diffusion 2D

Alexis TARDIEU, Université de Bordeaux, IMB, Inria - Bordeaux
Angelo IOLLO, Université de Bordeaux, IMB, Inria - Bordeaux
Afaf BOUHARGUANE, Université de Bordeaux, IMB, Inria - Bordeaux

Dans cet exposé, on présente des schémas d'ordre spatio-temporel arbitrairement élevé pour la résolution de l'équation d'advection-diffusion instationnaire en 2D. On propose de combiner des méthodes de type Galerkin discontinu (DG) en espace à une technique ADER en temps (Arbitrary high order DERivatives). Avec cette association, l'intégration en temps est effectuée au même ordre de précision que celui apporté par la discrétisation DG spatiale.

Dans sa forme la plus récente, le schéma ADER-DG est alors composé de deux étapes successives : la prédiction et la correction [2]. Dans l'étape de **prédiction**, on détermine un prédicteur de Galerkin espace-temps local, c'est-à-dire dans chaque maille espace-temps, afin d'obtenir une première estimation de la solution. Ensuite, l'étape de **correction** permet de recombinaison des informations entre les mailles voisines à travers des flux numériques ainsi que d'imposer les conditions aux limites.

Il est connu que l'utilisation de polynômes \mathcal{P}_k pour résoudre l'équation d'advection pure produit toujours un schéma DG d'ordre $(k + 1)$. En revanche, cet ordre de précision est limité à k pour des valeurs paires de k pour le problème de diffusion pure [3]. On présentera alors trois versions de **pénalisation intérieure** (IPDG) et une technique de **relaxation** de Cattaneo pour le traitement du terme de diffusion. Leur comparaison permettra de choisir la méthode la plus optimale.

Le cas de l'équation d'advection-diffusion linéaire pour des applications 1D a déjà été détaillé dans [1]. Cette présentation se focalisera sur l'extension de ces résultats à des **cas tests 2D** sur grille cartésienne. Elle démontrera que les schémas ADER-DG d'ordre arbitrairement élevé sont compétitifs, et suggèrent des perspectives intéressantes pour les équations de Navier-Stokes incompressibles sur maillage hiérarchique de type quadtree.

- [1] M. Bergmann, A. Bouharguane, A. Iollo, A. Tardieu. *High order ADER-IPDG methods for the unsteady advection-diffusion equation*. CAMC (accepted), 2024.
- [2] F. Fambri, M. Dumbser, O. Zanotti. *Space-time adaptive ADER-DG schemes for dissipative flows : Compressible Navier-Stokes and resistive MHD equations*. Computer Physics Com., 2017.
- [3] B. Rivière. *Discontinuous Galerkin methods for solving elliptic and parabolic equations : theory and implementation*. Frontiers in applied mathematics. SIAM, 2008.

Contact : alexis.tardieu@math.u-bordeaux.fr

Un schéma cinétique préservant l'asymptotique pour le modèle M1 appliqué au transport thermique non local

Jean-Luc FEUGEAS, CELIA, Université de Bordeaux, CNRS, CEA - Talence

Julien MATHIAUD, Université de Rennes, CNRS, IRMAR - Rennes

Luc MIEUSSENS, Université de Bordeaux, Bordeaux INP, CNRS, IMB - Talence

Thomas VIGIER, CELIA, Université de Bordeaux, CNRS, CEA - Talence

Les modèles hydrodynamiques pour la fusion par confinement inertiel doivent être fermés en fournissant une loi pour le flux de chaleur des électrons. Dans la plupart des cas hors-équilibre, la loi locale de Spitzer-Härm est insuffisante pour restituer l'ensemble des phénomènes physiques. En effet, la présence de forts gradients de température engendre l'apparition de flux de température non locaux qui rendent cette approche macroscopique incomplète. Pour restituer cet effet cinétique, la résolution d'une équation cinétique coûteuse à l'échelle microscopique serait requise. Néanmoins, du fait des situations physiques considérées, des modèles à l'échelle mésoscopique [1, 2] s'avèrent suffisants. En particulier, une approche aux moments permet de répondre à ces besoins de modélisation et de réduire le coût numérique; d'autre part, l'utilisation d'un tel modèle hyperbolique, du fait de sa construction, présente l'avantage d'être suffisamment flexible pour y ajouter une physique plus complexe (champs magnétiques par exemple).

Dans ce travail, nous nous concentrons sur la résolution numérique du modèle M1 du transport thermique non local sans champ magnétique. La nature multi-échelle de ce modèle rend l'élaboration d'un schéma numérique difficile en termes de préservation de l'asymptotique pour capter les différents régimes en fonction du nombre de Knudsen. Pour traiter ce problème, nous nous proposons d'utiliser UGKS (Unified Gas Kinetic Schema) [3, 4]; un schéma robuste pour l'équation cinétique reposant sur la solution intégrale de l'équation cinétique pour élaborer les flux. Cette méthode présente l'avantage de préserver l'asymptotique de l'équation en résolvant correctement à la fois le régime non local associé à du transport (hyperbolique) et le régime local associé à de la diffusion (parabolique). Pour obtenir un schéma pour le modèle aux moments, une méthode générique est proposée dans laquelle le flux numérique d'UGKS est fermé avec la fonction de distribution M1. Cette technique revient à projeter la fonction de distribution dans l'espace M1 à chaque pas de temps dans UGKS.

Afin d'implémenter ce schéma, une méthode de quadrature pour calculer des demi-moments de fonction de distribution M1 sur la sphère est proposée. De plus, une extension à l'ordre 2 n'affectant pas la préservation de l'asymptotique est suggérée. La flexibilité de ce schéma est aussi démontrée dans sa capacité à dégénérer vers un schéma de diffusion arbitrairement choisi. Finalement, cette nouvelle méthode est validée et testée sur différents cas tests.

- [1] P. D. Nicolaï, J.-L. Feugeas, G. Schurtz. *A practical nonlocal model for heat transport in magnetized laser plasmas*. Physics of plasmas, **13(3)**, 2006.
- [2] G. Schurtz, P. D. Nicolaï, M. Busquet. *A nonlocal electron conduction model for multidimensional radiation hydrodynamics codes*. Physics of plasmas, **7(10)**, 4238–4249, 2000.
- [3] K. Xu. *A gas-kinetic bgk scheme for the navier–stokes equations and its connection with artificial dissipation and godunov method*. Journal of Computational Physics, **171(1)**, 289–335, 2001.
- [4] Y. Zhu, K. Xu. *The first decade of unified gas kinetic scheme*. arXiv preprint arXiv :2102.01261, 2021.

Contact : thomas.vigier@u-bordeaux.fr

A Lagrange-Galerkin scheme for first order mean field game systems

Elisabetta CARLINI, Sapienza Università di Roma - Rome

Francisco. J. SILVA, Université de Limoges - Limoges

Ahmad ZORKOT, Université de Limoges - Limoges

In this work, we consider a first order mean field games system with non-local couplings. A Lagrange-Galerkin scheme for the continuity equation, coupled with a semi-Lagrangian scheme for the Hamilton-Jacobi-Bellman equation, is proposed to discretize the mean field games system. The convergence of solutions to the scheme towards a solution to the mean field game system is established in arbitrary space dimensions. The scheme is implemented to approximate two mean field games systems in dimension one and two.

Théorème 1. *Under suitable assumptions, we show the convergence, in arbitrary dimension, of our proposed scheme to solution to the first order mean field game system.*

Voir la preuve dans [1].

- [1] E. Carlini, F. J. Silva, A. Zorkot. *A lagrange-galerkin scheme for first order mean field game systems*. SIAM Journal on Numerical Analysis, **62**(1), 167–198, 2024. doi :10.1137/23M1561762.

Contact : Ahmad.zorkot@unilim.fr

Numerical simulations of lithium-ion batteries using adaptive methods.

Ali ASAD, CMAP, École Polytechnique and TotalEnergies OneTech - Palaiseau
Romain de LOUBENS, TotalEnergies OneTech - Palaiseau

Loïc GOUARIN, CMAP, CNRS, École Polytechnique, IP-Paris - Palaiseau

Marc MASSOT, CMAP, CNRS, École Polytechnique, IP-Paris - Palaiseau

In this work we have considered the numerical simulations of lithium-ion batteries (LIBs) based on a microscale continuum model. This problem leads to a stiff system of differential algebraic equations (DAEs), with strong nonlinearities due to the interface condition between the liquid electrolyte and solid domains. To address the associated numerical challenges, we implement a space-time adaptive strategy for the solution of the governing equations. Earlier work was restricted to a simple 1D half-cell problem [1], showing the benefits of a multi-domain method with adaptive coupling in time. Here we extend this work to several spatial dimensions, and investigate the effectiveness of adaptive mesh refinement along with adaptive time integration.

- [1] A. Asad, R. de Loubens, L. François, M. Massot. *High-order adaptive multi-domain time integration scheme for microscale lithium-ion batteries simulations*, 2023.

Contact : ali.asad@polytechnique.edu

A robust preconditioner for saddle-point problems in an industrial context

Pierre-Loïc BACQ, CEA - Saclay Michael NDJINGA, CEA - Saclay

Antoine GERSCHENFELD, CEA - Saclay

We consider the linear resolution of saddle-point systems arising from the discretisation of coupled or constrained systems. In many cases, such systems are challenging to solve by iterative methods and the developments of efficient preconditioners is an active field of research [2]. In this presentation, we present a robust block-preconditioner for a 2×2 block-system of the form

$$\begin{pmatrix} A & B^T \\ B & -C \end{pmatrix}, \quad (1)$$

with A symmetric positive definite (SPD) block, C positive semi-definite. Such problems have been extensively studied especially in academic communities and different families of preconditioners have been proposed [3].

In this talk, we highlight a problematic that has not been much investigated to the extent of our knowledge. In an industrial context, theoretical hypotheses are often not satisfied. Even the most simple systems of the form of Equation (1) can become challenging to solve for state-of-the-art linear solvers when the diagonal dominance of the block A is lost. Such a difficulty occurs for instance on distorted meshes. Industrial solvers then resort to direct solvers with all the ensuing limitations. To tackle this difficulty, we present an algebraic preconditioner with increased robustness for systems such as Equation (1). The key idea involves an algebraic transformation of the system that compensates the loss of diagonal dominance.

Since the approach we propose is algebraic in nature, it can be applied to a broad class of problems. In the context of the talk, we focus on systems encountered during the resolution of the incompressible Navier-Stokes equations discretised on general meshes with PolyMAC [1]. We first highlight the loss of robustness of classical approaches when considering distorted meshes. In a second time, we describe an innovative preconditioner based on an algebraic transformation of the linear system. Numerical results show impressive convergence on problems of industrial complexity.

Références

- [1] P.-L. Bacq, A. Gerschenfeld, M. Ndjinga. *PolyMAC : Staggered Finite Volume Methods on General Meshes for Incompressible Navier–Stokes Problems*. In E. Franck, J. Fuhrmann, V. Michel-Dansac, L. Navoret, eds., *Finite Volumes for Complex Applications X—Volume 1, Elliptic and Parabolic Problems*, pp. 149–156. Springer Nature Switzerland, Cham, 2023.
- [2] M. Benzi, G. H. Golub, J. Liesen. *Numerical Solution of Saddle Point Problems*. *Acta Numerica*, **14**, 1–137, 2005. doi :10.1017/S0962492904000212.
- [3] M. Benzi, A. J. Wathen. *Some Preconditioning Techniques for Saddle Point Problems*, pp. 195–211. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2008. doi :10.1007/978-3-540-78841-6_10.

Contact : pierre-loic.bacq@cea.fr

Cell-by-Cell Model of Cardiac Electrophysiology: Finite Volume Approaches and Numerical Analysis

Zeina CHEHADE, IMB, UMR 5251, IHU Liryc, Inria Carmen - F-33400 Talence

Yves COUDIÈRE, IMB, UMR 5251, IHU Liryc, Inria Carmen - F-33400 Talence

Recently, there has been a growing interest in the extracellular-membrane-intracellular cardiac model (EMI), which accurately represents the discrete cellular structure of the myocardium. This model consists of piecewise electrostatic equations coupled through non-standard time dependent transmission conditions on the myocyte membranes (see [3]). For the aforementioned model, the finite volume methods (FVM) turn out to be good candidates to provide the required accuracy and robustness. As part of the European project MICROCARD, we investigated the convergence of the classical FVM, Two-Point Flux Approximation (TPFA), as defined in [1], with Backward-Differentiation Formula (BDF) and Rush-Larsen (RL) [2] methods for time integration. Through the finite volume formulation, a discrete Dirichlet-to-Neumann operator can be introduced to map the EMI model to an evolution equation on the membranes only. Consequently, FVM naturally yield a large sparse linear system similar to that of Finite Element Methods, or a much smaller one exclusively for the membrane unknowns, as observed in Boundary Element Methods. The convergence analysis using an Implicit-Explicit Euler time-stepping approach, was carried out on the electrical potential in the intra- and extra-cellular subdomains, and on the transmembrane voltages at cell interfaces, using a discrete H^1 -like semi norm, L^2 and L^∞ norms in space, along with L^2 and L^∞ norms in time [1].

Afterward, we conducted numerical studies for these errors, with the implicit-explicit Euler method, as well as BDF2 and RL2, using manufactured solutions in two-dimensional cases. Moreover, we computed some illustrative electrical wave propagation. A challenge encountered lies in constructing admissible meshes. To address this, we used software tools provided by some project partners.

For regular manufactured solutions, we observed convergence at order 1 in the discrete H^1 semi-norm, and at order 2 in the L^2 norm on the electrical potential, as expected for FVM in this context. We also noted convergence at order 2 for the membrane voltage in the L^2 norm, which remains unexplained. In our tests, the number of nonzero entries in sparse and dense linear systems were very similar, and the solutions obtained by both approaches are equal up to numerical precision.

The extension of TPFA method to higher dimensions proves challenging due to the admissibility constraint. Consequently, we intend to explore more flexible FVM, such as the hybrid finite volume methods.

This work is part of the MICROCARD project. This project has received funding from the European High-Performance Computing Joint Undertaking EuroHPC (JU) under the grant agreement No 955495.

- [1] Z. Chehade, Y. Coudière. *The two-point finite volume scheme for the microscopic bidomain model of electrocardiology*. In E. Franck, J. Fuhrmann, V. Michel-Dansac, L. Navoret, eds., *Finite Volumes for Complex Applications X—Volume 1, Elliptic and Parabolic Problems*, pp. 235–243. Springer Nature Switzerland, Cham, 2023.
- [2] M. E. Marsh, S. T. Ziaratgahi, R. J. Spiteri. *The secrets to the success of the rush-larsen method and its generalizations*. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, **59**, 2506–2515, 2012.
- [3] A. Tveito, K. H. Jæger, M. Kuchta, K.-A. Mardal, M. E. Rognes. *A cell-based framework for numerical modeling of electrical conduction in cardiac tissue*. *Frontiers in Physics*, **5**, 2017. doi : 10.3389/fphy.2017.00048.

Contact : zeina.chehade@u-bordeaux.fr

Mixed precision and local error in ordinary differential equations

Mouhamed AL-SAYED ALI, Inria - F-69603 Villeurbanne, France

Samuel BERNARD, Univ Lyon, UCBL, CNRS UMR5208, Inria,
Institut Camille Jordan - F-69603 Villeurbanne, France

Arsène MARZORATI, INSA Lyon, CNRS UMR5208, Inria, Institut Camille Jordan
- F-69603 Villeurbanne, France

Jonathan ROUZAUD-CORNABAS, Univ Lyon, INSA Lyon, Inria, CNRS,
LIRIS UMR5205 - F-69603 Villeurbanne, France

In computational biology, many problems are modelled using individual-based or agent-based modelling. When expressed as ordinary differential equations (ODEs), these models lead to high-dimensional systems. The computational cost increases supra-linearly with the size of these systems. Accordingly, the solving of full-scale systems is intractable in terms of computational cost. Given that biological problems often have high empirical uncertainties, it could be possible to take advantage of the trade-off between computational speed and accuracy.

Mixed precision consists in using different levels of arithmetic precision within one computational task. Several fields already use this technique, such as geophysics [1] or machine learning [4]. Mixed precision methods have also attracted attention for problems involving differential equations [2].

Our study deals with a population of heterogeneous agents of size N , with $N \gg 1$, where each agent is described by a state variable $X_i \in \mathbb{R}^d$, which evolves according to an autonomous term (F_i , $i = 1, \dots, N$) and a term accounting for complex pairwise interactions (G_{ij} , $i, j = 1, \dots, N$). The following system of equations describes the general framework. For $i = 1, \dots, N$,

$$\dot{X}_i = F_i(X_i) + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N G_{ij}(X_i, X_j).$$

The evaluation of the N right-hand sides requires the sum of N nonlinear terms, leading to a $O(N^2)$ complexity. Reducing the precision used during the sum could accelerate the whole evaluation process by a considerable amount, as performed with iterative refinement solvers in [3].

To reduce the degradation of the global accuracy, mixing the precision inside the evaluations could allow minimizing the impact of the numerical error due to the insertion of low precision [5].

We performed tests on two benchmarks, and our results show that as the size of the system increases, the error introduced by low precision is absorbed by numerical compensation in high-dimensional systems. Moreover, the local error (in comparison with a double precision solver) measured by the solver is more robust to low tolerances in the case of mixed precision than a full low precision solver.

References

- [1] J. Ackmann, P. D. Dueben, T. Palmer, P. K. Smolarkiewicz. Mixed-Precision for Linear Solvers in Global Geophysical Flows. J Adv Model Earth Syst, 2022.
- [2] M. Croci, G. R. de Souza. Mixed-precision explicit stabilized Runge-Kutta methods for single- and multi-scale differential equations. J Comput Phys, 2022.
- [3] A. Haidar, S. Tomov, J. Dongarra, N. J. Higham. Harnessing gpu tensor cores for fast fp16 arithmetic to speed up mixed-precision iterative refinement solvers. In SC18: Int. Conf. High Perform. Comput. Netw. Storage Anal. IEEE, 2018.
- [4] J. Hayford, J. Goldman-Wetzler, E. Wang, L. Lu. Speeding up and reducing memory usage for scientific machine learning via mixed precision. arXiv preprint, 2024.
- [5] N. J. Higham, T. Mary. Mixed precision algorithms in numerical linear algebra. Acta Numerica, 2022.

Contact : arsene.marzorati@inria.fr

L'équation de Helmholtz et ses applications

Pascal POULLET, Laboratoire LAMIA, Université des Antilles - Pointe-à-Pitre

Parmi les équations aux dérivées partielles (EDP), l'équation de Helmholtz est connue comme étant une EDP elliptique qui intervient lorsque l'on cherche des solutions harmoniques de l'équation de propagation des ondes. Toutefois la résolution rapide de ce type de problème, notamment pour de grande valeur du nombre d'onde est une tâche ardue, mais a de nombreux intérêts, et ceci dans plusieurs domaines de l'industrie. Une des particularités du problème de diffusion acoustique est de se poser dans un domaine non borné et donc nécessite souvent l'ajout de conditions aux limites lorsque l'on souhaite en calculer sa solution. Lors de l'exposé, des méthodes seront présentées avec leurs avantages et inconvénients pour calculer la solution de ce problème.

Références

- [1] . Poulet and A. Boag. (2014) "Equation-based interpolation and Incremental Unknowns for solving the Helmholtz equation in 3D", *Appl. Math. Comput.* 232, 1200-1208.
- [2] . Poulet and A. Boag (2010) "Equation-based interpolation and Incremental Unknowns for solving the Helmholtz equation", *Appl. Num. Math*, Vol. 60 (11) 1148-1156.

Contact : pascal.poulet@univ-antilles.fr

Scaling of a Coupled Electron-Ion-Neutral Boltzmann System for Hall Thrusters

Zoubair TAZAKKATI, CMAP - Palaiseau **Teddy PICHARD**, CMAP - Palaiseau
Alejandro ALVAREZ-LAGUNA, LPP - Palaiseau
Marc MASSOT, CMAP - Palaiseau

We investigate the kinetic theory of a multi-component plasma. We introduce a scaling for a coupled electron-ion-neutral Boltzmann system, specifically tailored for modeling multi-species plasmas such as those found in Hall effect thrusters. The physics of these systems is fundamentally characterized by significant variations in certain key physical quantities of interest, such as species densities or the electric field, which can vary greatly in intensity depending on the specific zone within the thruster [1]. This leads us to consider different zones corresponding to different physical regimes. As a result, we identify the following regimes : one for the neutral gas injection zone, a second for the gas ionization zone, and finally, one for the ion acceleration zone and plasma plume. By taking into account the multi-component nature of the plasmas in our scaling, we observe the emergence of small parameters, such as the mass ratio between heavy species and electrons, the Hall parameter, or the density ratio between charged species and neutral species (as in [4]). This allows us to proceed with a Hilbert expansion of the distribution functions in these small parameters. The system is then studied at successive orders of approximation, each corresponding to a characteristic physical time. We give special attention to considering a highly magnetized regime, as it is characteristic of this type of thruster. Then, we find that the first-order term that emerges corresponds to the electromagnetic term, which can be addressed using a gyrokinetic approach ([2], [3]).

ACKNOWLEDGMENT : This work is funded by CIEDS through OpenNumDef project.

- [1] J.-P. Boeuf. *Tutorial : Physics and modeling of hall thrusters*. Journal of Applied Physics, **121(1)**, 2017.
- [2] M. Bostan. *Transport equations with disparate advection fields. application to the gyrokinetic models in plasma physics*. Journal of Differential Equations, **249(7)**, 2010.
- [3] E. Frenod, E. Sonnendrücker. *The finite larmor radius approximation*. SIAM Journal on Mathematical Analysis, **32(6)**, 2001.
- [4] B. Graille, T. Magin, M. Massot. *Kinetic theory of plasmas : Translational energy*. Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, **19(4)**, 2009.

Contact : zoubair.tazakkati@polytechnique.edu

Bondzai: création d'une startup par un Enseignant-Chercheur

Bijan MOHAMMADI, IMAG & Bondzai - Montpellier

Quelques étapes de la création de la société Bondzai (www.bondzai.io) commercialisant des produits à base de mon IA déterministe :

- apprentissage profond sans ingrédient stochastique, sans hyper-paramètre à régler,
- utilisant une méthode directe, supprimant le backpropagation lors de l'apprentissage,
- construisant automatiquement et de façon adaptative un ensemble collaboratif de petits modèles plutôt qu'un grand réseau,
- permettant l'apprentissage continu et l'adaptation aux changements d'environnement,
- permettant l'apprentissage par renforcement et la prise en compte des retours utilisateurs en temps-réel.

Cette IA est parcimonieuse et permet l'apprentissage sur cibles embarquées et à basse consommation.

Les applications cibles sont industrielles, en particulier la détection d'anomalies et la maintenance prédictive en analysant des signaux de nature physique (sons, vibrations, images thermiques, etc) à travers `iDetect-4.0`.

Contact : bijan.mohammadi@umontpellier.fr

Réduction de modèle pour la dynamique des aérosols

Oscar JACQUOT, CEREÀ, ENPC - Marne-la-Vallée

Virginie EURLACHER, CERMICS, ENPC - Marne-la-Vallée

Tony LELIEVRE, CERMICS, ENPC - Marne-la-Vallée

Karine SARTELET, CEREÀ, ENPC - Marne-la-Vallée

Nous nous intéressons à l'évolution d'aérosols soumis au processus de coagulation. Ce processus modélise l'aggrégation de particules à l'issue de leur collision. Une population d'aérosols évoluant sous l'effet de la coagulation satisfait l'équation de Smoluchowski [4]. La concentration d'aérosols u résolue en volume et en temps suit alors l'équation d'évolution

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = \frac{1}{2} \int_0^x dy K(x-y, y)u(x-y, t)u(y, t) - u(x, t) \int_0^\infty dy K(x, y)u(y, t). \quad (1)$$

Une méthode de résolution de cette équation populaire dans la communauté des aérosols atmosphériques est l'approche sectionnelle [1], qui vise à décrire la solution dans un espace de fonctions constantes par morceau. La non-localité du processus de coagulation entraîne cependant une augmentation importante des ressources numériques nécessaires, lorsque l'on cherche à augmenter le nombre de degrés de liberté pour améliorer la qualité de l'approximation numérique.

Nous étudions la qualité des approximations de base réduite obtenues par décomposition en valeurs singulières (SVD) et par factorisation en matrices non-négatives (NMF) [2]. Dans des conditions représentatives d'atmosphères urbaines [3], nous observons une décroissance exponentielle de l'erreur quadratique en fonction du nombre de degrés de liberté conservés. Nous observons que les modèles réduits présentent un compromis coût-précision plus intéressant que l'approche sectionnelle. Nous étudions également les propriétés de stabilité associées aux différentes méthodes de discrétisation spatiale.

- [1] E. Debry, B. Sportisse. *Solving aerosol coagulation with size-binning methods*. Applied Numerical Mathematics, **57**(9), 1008–1020, 2007.
- [2] D. Lee, H. Seung. *Algorithms for non-negative matrix factorization*. Proceedings of the 13th International Conference on Neural Information Processing Systems, p. 535–541, 2000.
- [3] C. Seigneur, et al. *Simulation of aerosol dynamics : A comparative review of mathematical models*. Aerosol Science and Technology, **5**, 205–222, 1986.
- [4] M. V. Smoluchowski. *Drei vortage uber diffusion, brownsche bewegung und koagulation von kolloidteilchen*. Physik, **17**, 557–585, 1916.

Contact : oscar.jacquot@enpc.fr

Optimisation de la forme et de la topologie des régions soutenant les conditions aux limites.

Carlos BRITO-PACHECO, LJK - Grenoble
Charles DAPOGNY, LJK - Grenoble

Nous discutons d'une approche itérative pour l'optimisation géométrique et topologique des conditions aux limites dans la définition d'une équation aux dérivées partielles. Le contexte est celui de l'équation d'élasticité linéaire posée sur un domaine Ω , dont la frontière est divisée en trois parties Γ_D , Γ et Γ_N , respectivement, des conditions aux limites de Dirichlet homogènes, de Neumann homogènes et de Neumann inhomogènes. Nous cherchons ici à optimiser le placement de la condition aux limites de Dirichlet en calculant la sensibilité $J'(\Omega)(\epsilon)$ d'une fonctionnelle d'objet $J(\Omega)$ lors du remplacement d'une région de la frontière Γ par une petite boule surfacique de rayon $\epsilon > 0$ supportant des conditions de Dirichlet homogènes. De plus, nous utilisons également les résultats du travail précédent [7] afin de calculer la dérivée en forme $J'(\Omega)(\theta)$ de $J(\Omega)$ qui nous permettra de modifier la géométrie de Γ_D et de Γ de manière optimale. À chaque étape du processus itératif, nous utilisons une représentation exacte des formes sur la surface grâce à l'utilisation d'une méthode d'évolution d'un maillage basé sur la "level set" [6]. Dans le contexte de la mécanique, le processus équivaut à trouver le moyen optimal de "fixer" une structure mécanique à un mur. Nous visualisons les conceptions obtenues dans le contexte de structures mécaniques (2D et 3D), obtenues en choisissant différents paramètres numériques.

- [1] G. Allaire, C. Dapogny, G. Delgado, G. Michailidis. *Multi-phase structural optimization via a level set method*. ESAIM : Control, Optimisation and Calculus of Variations, **20(2)**, 576–611, 2014.
- [2] G. Allaire, C. Dapogny, P. Frey. *A mesh evolution algorithm based on the level set method for geometry and topology optimization*. Structural and Multidisciplinary Optimization, **48(4)**, 711–715, 2013.
- [3] G. Allaire, C. Dapogny, F. Jouve. *Shape and topology optimization*. in Geometric partial differential equations, part II, A. Bonito and R. Nochetto eds., Handbook of Numerical Analysis, vol. 22, pp. 1–132, 2021.
- [4] G. Allaire, M. Schoenauer. *Conception optimale de structures*, vol. 58. Springer, 2007.
- [5] E. Bonnetier, C. Dapogny, M. S. Vogelius. *Small perturbations in the type of boundary conditions for an elliptic operator*. Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, 2022. doi : <https://doi.org/10.1016/j.matpur.2022.09.003>.
- [6] C. Brito-Pacheco, C. Dapogny. *Body-fitted tracking within a surface via a level set based mesh evolution method*, 2023. Working paper or preprint.
- [7] C. Dapogny, N. Lebbe, E. Oudet. *Optimization of the shape of regions supporting boundary conditions*. Numerische Mathematik, **146(1)**, 51–104, 2020.

Contact : carlos.brito-pacheco@univ-grenoble-alpes.fr

Simulation de condensats de Bose-Einstein et vortex quantiques

Quentin CHAULEUR, Laboratoire Paul Painlevé - Lille

On s'intéresse dans cet exposé à la discrétisation de l'équation de Gross-Pitaevskii avec potentiel dépendant du temps

$$i\partial_t\psi + \Delta\psi = |\psi|^2\psi + V(t, x)\psi. \quad (\text{GP})$$

On se place sur un ouvert borné connexe polygonal (si $d = 2$) ou polyédrale (si $d = 3$) avec bords Lipchitz $\partial\Omega$, pour un horizon de temps fini $T > 0$, avec conditions aux bords homogènes de Dirichlet et condition initiale $\psi(0) = \psi_0 \in H^5(\Omega)$.

Pour un pas de temps discret $\tau > 0$ tel que $N = T/\tau$, en notant $G_n(\tau, x) = \int_0^\tau V(t_n + s, x)ds$ on introduit le schéma numérique

$$U^n = e^{i\tau A} e^{-iP_h G_n(\tau)} e^{-i\tau|U_{n-1}|^2} U^{n-1}, \quad U^0 = P_h(\psi_0), \quad (\text{LT})$$

avec discrétisation de type splitting de Lie-Trotter en temps et discrétisation en espace A du laplacien Δ de l'équation (GP) par une approximation de flux à 2 points (TPFA). Le paramètre $h > 0$ désigne le diamètre maximal des volumes de contrôle. On s'intéresse alors au résultat suivant, issu de [1] :

Théorème 1. *Sous une condition de petitesse de τ et h , et de régularité de la solution continue de (GP) ainsi que du potentiel V , la solution numérique $(U^n)_n$ converge fortement en norme H_h^1 discrète vers la projection ponctuelle de la solution continue $P_h\psi(t_n)$ en ordre 1 en temps et en espace, sous une hypothèse de condition CFL de type $\tau|\log h|^2 \leq 1$ pour $d = 2$ et $\tau \leq h$ for $d = 3$, de sorte que*

$$\|P_h\psi(t_n) - U^n\|_{H_h^1} \leq C(h + \tau).$$

On s'intéresse également à la formation et à la détection numérique de vortex, via l'approximation discrète de la pseudo-vorticité du fluide quantique

$$\omega(\psi) = \Re\nabla\psi \times \Im\nabla\psi$$

en norme L_h^1 discrète. L'évolution de telles structures de vortex et leur reconnection sont notamment d'un intérêt particulier pour la théorie de la turbulence quantique, et pour certaines limites d'échelles entre théorie classique et théorique quantique pour des gaz atomes froids. Des simulations numériques, pour différentes géométries, viendront appuyer et illustrer ces résultats.

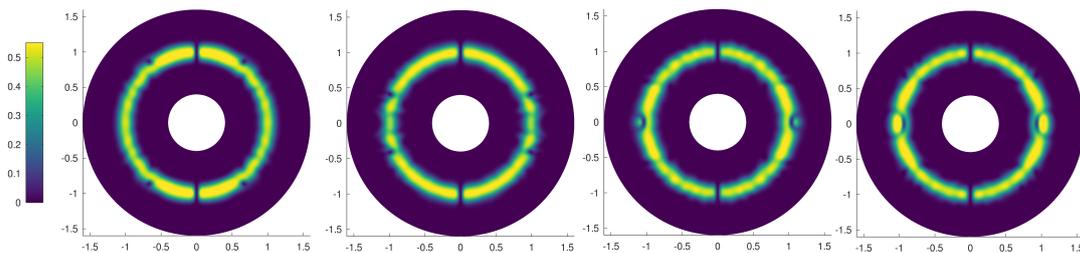


FIGURE 1 – Évolution de la densité $|\psi(t, \cdot)|^2$ d'une solution de (GP) avec collision de deux paires de vortex pour une géométrie annulaire.

[1] Q. Chauleur. *Finite volumes for the Gross-Pitaevskii equation*, 2024. Preprint, archived at arxiv 2402.03821.

Contact : quentin.chauleur@math.cnrs.fr

Session posters 1 : Apéritif de bienvenue et posters	226
--	-----

Index alphabétique des orateurs

Abgrall Rémi	
Une nouvelle approche cinétique pour les équations de Navier Stokes compressibles	
Conférence plénière 1 - Lundi, 15h30, La Passerelle	20
Abou Khalil Charbella	
Numerical integration for the nonlinear Klein–Gordon equations in low regularity and conservation properties	
Session parallèle 1 - Exposé 1 - Mardi, 11h00, La Passerelle	154
Adim Mahieddine	
Approximating a continuously stratified hydrostatic system by the multi-layer shallow water system.	
Minisymposium 12 - Exposé 1 - Mardi, 17h00, Les Pirates	85
Agbo Bidi Kala	
Mosquito population Feedback Control with Deep Reinforcement Learning	
Minisymposium 21 - Exposé 1 - Jeudi, 17h00, Les Pirates	129
Ait Ameer Katia	
Downscaling shallow water simulations using neural networks	
Minisymposium 11 - Exposé 1 - Mardi, 17h00, Les Forbans	80
Al Sayed Ali Mouhamad	
Mixed precision numerical methods for solving large systems of ordinary differential equations	
Session parallèle 10 - Exposé 1 - Jeudi, 11h00, Le Suroit	207
Allabou Mustapha	
Hybrid AI based reduction of the shallow water system for flood plain simulations	
Minisymposium 11 - Exposé 2 - Mardi, 17h30, Les Forbans	81
Alouges François	
Swimming at low Reynolds number	
Minisymposium 16 - Exposé 1 - Jeudi, 14h30, Les Forbans	104
Anello Irene	
Flagellar activation mechanism : a non linear study.	
Minisymposium 16 - Exposé 3 - Jeudi, 15h30, Les Forbans	106
Ansel Quentin	
Optimal control strategies for parameter estimation of quantum systems	
Minisymposium 19 - Exposé 1 - Jeudi, 17h00, Le Suroit	119
Aregba-Driollet Denise	
Convergence de la méthode de Boltzmann sur réseau avec sur-relaxation pour des lois de conservation non linéaires	
Minisymposium 17 - Exposé 1 - Jeudi, 14h30, Les Pirates	109
Arnoult Arthur	
Décomposition de domaine (OSWR) pour le problème d'Oseen	
Session parallèle 5 - Exposé 1 - Mercredi, 11h00, La Passerelle	178
Asad Ali	
Numerical simulations of lithium-ion batteries using adaptive methods	
Session parallèle 11 - Exposé 1 - Jeudi, 11h00, Les Forbans	213
Attias Laurent	
Etude du spectre de l'équation de McKendrick semi-discrétisée	
Session parallèle 1 - Exposé 2 - Mardi, 11h20, La Passerelle	155
Augier Nicolas	
Occupation measure relaxations for optimal control	
Minisymposium 15 - Exposé 1 - Jeudi, 14h30, Le Suroit	99
Bacq Pierre-Loïc	
A robust preconditioner for saddle-point problems in an industrial context	
Session parallèle 11 - Exposé 2 - Jeudi, 11h20, Les Forbans	214

Balac Stéphane	
Numerical investigations of Lugiato-Lefever equation for Kerr combs generation in Fabry-Perot resonators	
Session parallèle 8 - Exposé 1 - Mercredi, 11h00, Les Pirates	195
Balazi Atchy Nillama Loïc	
Méthode des éléments finis multi-échelles pour les écoulements incompressibles	
Minisymposium 14 - Exposé 4 - Jeudi, 16h00, La Passerelle	97
Beaugendre Héloïse	
Amélioration des méthodes de frontières immergées pour la simulation d'écoulements turbulents sur grilles cartésiennes	
Minisymposium 8 - Exposé 3 - Mardi, 15h30, Les Pirates	68
Belieres Frendo Amaury	
GEOMETRIC SHAPE OPTIMIZATION FOR DIRICHLET ENERGY WITH PHYSICS INFORMED AND SYMPLECTIC NEURAL NETWORKS	
Minisymposium 7 - Exposé 1 - Mardi, 14h30, Les Forbans	61
Bellotti Thomas	
Schémas de Boltzmann sur réseau d'ordre quatre entropiquement stables pour les systèmes hyperboliques	
Minisymposium 17 - Exposé 2 - Jeudi, 15h00, Les Pirates	110
Berger Clément	
Comparisons of numerical methods for yield stress fluids in complex geometry	
Minisymposium 1 - Exposé 1 - Lundi, 17h00, La Passerelle	31
Bidegaray-Fesquet Brigitte	
Schémas en temps pour le couplage des équations de Maxwell dans des milieux matériels complexes	
Minisymposium 18 - Exposé 1 - Jeudi, 17h00, La Passerelle	114
Bonamy Parrilla Nathalie	
Schémas Boltzmann sur réseau pour les systèmes de dérive diffusion	
Minisymposium 17 - Exposé 3 - Jeudi, 15h30, Les Pirates	111
Bonhomme Elise	
Méthodes variationnelles appliquées à l'étude de modèles discrets en endommagement brutal	
Minisymposium 5 - Exposé 1 - Mardi, 14h30, La Passerelle	51
Boyer Frédéric	
Modèle continu pour l'étude de l'ondulation latérale des serpents	
Minisymposium 20 - Exposé 1 - Jeudi, 17h00, Les Forbans	124
Bresch Didier	
Une incursion en vulcanologie	
Conférence plénière 2 - Mercredi, 08h30, La Passerelle	21
Bretin Elie	
Mouvement par courbure moyenne, réseaux de neurones et applications	
Minisymposium 7 - Exposé 2 - Mardi, 15h00, Les Forbans	62
Brito Pacheco Carlos	
Optimisation de la forme et de la topologie des régions soutenant les conditions aux limites.	
Session parallèle 12 - Exposé 4 - Jeudi, 12h00, Les Pirates	222
Buttari Alfredo	
Truncated QR factorization with pivoting in mixed precision	
Minisymposium 25 - Exposé 3 - Vendredi, 09h30, Les Pirates	151
Caetano Filipa	
Etude paramétrique de la stabilité du schéma D1Q3 pour l'équation d'advection	
Minisymposium 17 - Exposé 4 - Jeudi, 16h00, Les Pirates	112
Cardoen Clément	
Une approche moment pour des lois de conservation hyperboliques paramétrées	
Session parallèle 9 - Exposé 1 - Jeudi, 11h00, La Passerelle	201
Castellano Margherita	
Méthode volumes finis pour des équations de Cahn-Hilliard avec surfactants	
Session parallèle 1 - Exposé 3 - Mardi, 11h40, La Passerelle	156
Cavare Pierre	
Parcimonie et contrôle L1-optimal pour des systèmes de contrôle linéaires	
Session parallèle 2 - Exposé 1 - Mardi, 11h00, Le Suroit	160
Chabassier Juliette	
Modélisation et simulation numérique d'instruments de musique	
Conférence plénière 3 - Jeudi, 08h30, La Passerelle	22

Charve Frédéric	
Asymptotiques cachées pour les solutions faibles du système de Boussinesq fortement stratifié	
Minisymposium 6 - Exposé 1 - Mardi, 14h30, Le Suroit	56
Chauleur Quentin	
Simulation de condensats de Bose-Einstein et vortex quantiques	
Session parallèle 12 - Exposé 5 - Jeudi, 12h20, Les Pirates	223
Cehade Zeina	
Cell-by-Cell Model of Cardiac Electrophysiology : Finite Volume Approaches and Numerical Analysis	
Session parallèle 11 - Exposé 3 - Jeudi, 11h40, Les Forbans	215
Cheikh Haythem	
Convergence vers l'équilibre pour les solutions de certains systèmes discrétisés forcés du second ordre de type gradient	
Session parallèle 9 - Exposé 2 - Jeudi, 11h20, La Passerelle	202
Chollet Igor	
Approche hiérarchique pour la dynamique moléculaire en champs de force polarisables à large échelle	
Session parallèle 9 - Exposé 3 - Jeudi, 11h40, La Passerelle	203
Chupin Laurent	
Which models for granular flows in volcanology ?	
Minisymposium 1 - Exposé 2 - Lundi, 17h30, La Passerelle	32
Claret Sue	
Approximation d'un contrôle exact frontière pour une équation des ondes semi-linéaire unidimensionnelle avec des conditions aux limites mixtes	
Session parallèle 2 - Exposé 2 - Mardi, 11h20, Le Suroit	161
Clozeau Nicolas	
Annealed quantitative estimates for the quadratic 2D-discrete random matching problem	
Minisymposium 9 - Exposé 1 - Mardi, 17h00, La Passerelle	70
Optimal computational boundary conditions for linear elliptic equations in random media	
Minisymposium 14 - Exposé 1 - Jeudi, 14h30, La Passerelle	94
Cobb Dimitri	
Temps de vie des solutions en magnétohydrodynamique idéale	
Minisymposium 10 - Exposé 4 - Mardi, 18h30, Le Suroit	78
Coeuret Lucas	
Stability of discrete shock profiles for systems of conservation laws	
Minisymposium 23 - Exposé 1 - Vendredi, 08h30, Le Suroit	139
Coiffard Théo	
Développement d'une méthode de Boltzmann sur réseau pour l'intrusion d'eau salée dans des aquifères	
Session parallèle 5 - Exposé 2 - Mercredi, 11h20, La Passerelle	179
Coiffier Esteban	
Schéma numérique décalé pour la simulation d'écoulements à bas nombre de Mach	
Session parallèle 5 - Exposé 3 - Mercredi, 11h40, La Passerelle	180
Colombier Robin	
Un schéma volumes finis pour les équations de Navier-Stokes quantique	
Session parallèle 5 - Exposé 4 - Mercredi, 12h00, La Passerelle	181
Crozon Thomas	
Positivity-preserving DDFV scheme for compressible two-phase Darcy flow in porous media	
Session parallèle 5 - Exposé 5 - Mercredi, 12h20, La Passerelle	182
Danhane Baparou	
Ensemble contrôlabilité pour l'équation de la chaleur	
Minisymposium 15 - Exposé 2 - Jeudi, 15h00, Le Suroit	100
Davron Lucas	
Sur le contrôle des systèmes LTI avec commandes $(H^1)'$	
Session parallèle 2 - Exposé 3 - Mardi, 11h40, Le Suroit	162
De Pascale Luigi	
A minimalist approach to entropic approximations of optimal transport problems	
Minisymposium 22 - Exposé 1 - Vendredi, 08h30, La Passerelle	134
Delay Guillaume	
Une méthode d'interface immergée pour résoudre le problème de Stokes de manière robuste par rapport à un saut de pression	
Minisymposium 4 - Exposé 1 - Lundi, 17h00, Les Pirates	46
Denisenko Danila	

A three-equation shallow-flow model for viscoplastic fluids. Application to the simulation of natural hazards	
Minisymposium 1 - Exposé 3 - Lundi, 18h00, La Passerelle	33
Devictor Timothée	
Optimisation géométrique lagrangienne des contraintes mécaniques d'une résistance électrique	
Session parallèle 8 - Exposé 2 - Mercredi, 11h20, Les Pirates	196
Digne Julie	
Outils numériques pour l'analyse de formes géométriques	
Conférence plénière 4 - Mardi, 08h30, La Passerelle	23
Dorfsman Hugo	
Stratégies de résolutions de systèmes linéaires creux en précision mixte avec BiCGStab	
Minisymposium 25 - Exposé 2 - Vendredi, 09h00, Les Pirates	150
Drouard Axelle	
Semi-implicit numerical method for hyperbolic problems	
Session parallèle 1 - Exposé 4 - Mardi, 12h00, La Passerelle	157
Duran Arnaud	
Estimations d'énergie discrètes pour un modèle dispersif hyperbolique de propagation de vagues.	
Minisymposium 6 - Exposé 2 - Mardi, 15h00, Le Suroit	57
Dus Mathias	
Numerical solution of elliptic partial differential equation problems in high dimension using two-layer neural networks	
Minisymposium 9 - Exposé 2 - Mardi, 17h30, La Passerelle	71
Edde Georges	
Numerical modeling of air flows in an underground cavity connected to the surface by a shaft	
Session parallèle 7 - Exposé 1 - Mercredi, 11h00, Les Forbans	190
El Hassanieh Chourouk	
Schémas cinétiques implicites pour Saint-Venant	
Minisymposium 12 - Exposé 2 - Mardi, 17h30, Les Pirates	86
Fournet Victor	
Linear Landau damping and instabilities in fluid-particles interaction	
Session parallèle 4 - Exposé 1 - Mardi, 11h00, Les Pirates	172
Gajardo Diego	
Study of a fluid-structure interaction model	
Session parallèle 7 - Exposé 2 - Mercredi, 11h20, Les Forbans	191
Gangloff Alexandre	
Une stratégie de sous-cyclage pour des méthodes de Volumes-Finis Lagrangiennes, appliquée à l'interaction fluide structure	
Session parallèle 8 - Exposé 3 - Mercredi, 11h40, Les Pirates	197
Ghantous Joyce	
Numerical analysis of a spectral problem with high order boundary conditions on curved meshes	
Session parallèle 9 - Exposé 4 - Jeudi, 12h00, La Passerelle	204
Gisclon Marguerite	
Modélisation mathématique des films minces avec applications aux transferts de chaleur	
Minisymposium 6 - Exposé 3 - Mardi, 15h30, Le Suroit	58
Gnanguenon Guesse Girault	
Agence Lebesgue de Mathématiques pour l'innovation : présentation et activités récentes	
Minisymposium 13 - Exposé 3 - Jeudi, 10h20, La Passerelle	92
Godard-Cadillac Ludovic	
Modélisation et analyse du micro-magnétisme des nano-particules et des nano-fils magnétiques	
Minisymposium 18 - Exposé 3 - Jeudi, 18h00, La Passerelle	116
Goepfert Quentin	
Estimation of the effective sound speed in an acoustic medium	
Session parallèle 9 - Exposé 5 - Jeudi, 12h20, La Passerelle	205
Gouasmi Aimene	
Reconstructions de flux conservatifs et analyse d'erreur a posteriori pour un problème d'interface discrétisé avec CutFEM	
Minisymposium 4 - Exposé 2 - Lundi, 17h30, Les Pirates	47
Grandmont Céline	
Analyse de quelques problèmes d'interaction fluide-structure	
Conférence plénière 5 - Mercredi, 09h30, La Passerelle	24
Gravejat Philippe	

About the dynamics of the Landau-Lifshitz equation Minisymposium 10 - Exposé 1 - Mardi, 17h00, Le Suroit	75
Grigori Laura	
Randomization techniques for solving large scale linear algebra problems Conférence plénière 6 - Lundi, 14h30, La Passerelle	25
Hasenohr Ivan	
Preuves assistées par ordinateur de non-atteignabilité pour des systèmes de contrôle linéaires Minisymposium 24 - Exposé 2 - Vendredi, 09h00, Les Forbans	145
He Dongchen	
Local density interpolation applied to boundary integral methods Session parallèle 9 - Exposé 6 - Jeudi, 12h40, La Passerelle	206
Houdard Antoine	
Transport optimal pour l'apprentissage de modèles génératifs Minisymposium 3 - Exposé 1 - Lundi, 17h00, Les Forbans	41
Houssier Quentin	
Un modèle de contact lubrifié avec frottement pour la simulation numérique de milieux granulaires immergés Session parallèle 7 - Exposé 3 - Mercredi, 11h40, Les Forbans	192
Huizing Geert-Jan	
Learning cell fate landscapes from spatial transcriptomics using Fused Gromov-Wasserstein Minisymposium 2 - Exposé 4 - Lundi, 18h30, Le Suroit	39
Hénot Olivier	
Marchal's conjecture : from the Lagrange triangle to the figure eight Session parallèle 4 - Exposé 2 - Mardi, 11h20, Les Pirates	173
Héreau Frédéric	
Semiclassical analysis of the Neumann Laplacian with constant magnetic field in three dimensions Minisymposium 10 - Exposé 2 - Mardi, 17h30, Le Suroit	76
Jacquot Oscar	
Réduction de modèle pour la dynamique des aérosols Session parallèle 12 - Exposé 3 - Jeudi, 11h40, Les Pirates	221
Jezequel Fabienne	
Auto-ajustement de la précision grâce au logiciel PROMISE Minisymposium 25 - Exposé 1 - Vendredi, 08h30, Les Pirates	149
Joly Richard	
Optimisation géométrique d'un modèle de batterie lithium-ion Session parallèle 8 - Exposé 4 - Mercredi, 12h00, Les Pirates	198
Kadri-Harouna Souleymane	
Apprentissage par renforcement pour le contrôle numérique d'équations paraboliques Minisymposium 21 - Exposé 2 - Jeudi, 17h30, Les Pirates	130
Kazakova Maria	
Couches absorbantes parfaitement adaptées (PML) pour les modèles dispersifs-hyperboliques des vagues Minisymposium 23 - Exposé 2 - Vendredi, 09h00, Le Suroit	140
Labbe Stéphane	
Relation avec les entreprises, l'expérience Summit Minisymposium 13 - Exposé 2 - Jeudi, 09h55, La Passerelle	91
Laborde Maxime	
Stability of Schrödinger potentials and application to PDEs Minisymposium 22 - Exposé 2 - Vendredi, 09h00, La Passerelle	135
Labourie Camille	
Sur la régularité des fractures fragiles en élasticité linéaire Minisymposium 5 - Exposé 2 - Mardi, 15h00, La Passerelle	52
Laflorenzie Nicolas	
An introduction to Many-Body Localization for a simple random spin chain model Minisymposium 18 - Exposé 2 - Jeudi, 17h30, La Passerelle	115
Lagracie Emma	
Un modèle moyenné en épaisseur pour le problème inverse de l'imagerie électrocardiographique. Session parallèle 6 - Exposé 1 - Mercredi, 11h00, Le Suroit	184
Laheurte Vincent	
Coût de contrôlabilité de systèmes hyperboliques linéaires Minisymposium 20 - Exposé 2 - Jeudi, 17h30, Les Forbans	125
Le Quentrec Jade	

Étude théorique et numérique d'équations de Schrödinger non linéaire avec des termes de défaut Session parallèle 4 - Exposé 3 - Mardi, 11h40, Les Pirates	174
Lefort Albéric	
Multi-scale numerical methods for reaction-diffusion equations with oscillating coefficients Minisymposium 14 - Exposé 3 - Jeudi, 15h30, La Passerelle	96
Lelong Jérôme	
Présentation d'AMIES Minisymposium 13 - Exposé 1 - Jeudi, 09h30, La Passerelle	90
Lelotte Rodrigue	
The dual charge method for the multimarginal optimal transport with Coulomb cost Minisymposium 5 - Exposé 3 - Mardi, 15h30, La Passerelle	53
Lesné Gwilherm	
Espace latent compact et sémantique pour l'édition désenchevêtrée d'images Minisymposium 3 - Exposé 2 - Lundi, 17h30, Les Forbans	42
Levillain Jessie	
Mathematical models for flagellar activation Minisymposium 16 - Exposé 2 - Jeudi, 15h00, Les Forbans	105
Liang Ruikang	
Ensemble control of n-level systems via combined adiabatic and rotating wave approximations Minisymposium 15 - Exposé 3 - Jeudi, 15h30, Le Suroit	101
Lleras Vanessa	
Méthode ϕ -FEM et quelques applications Minisymposium 4 - Exposé 4 - Lundi, 18h30, Les Pirates	49
Loiseau Jean-Christophe	
A whirlwind tour of SINDy Minisymposium 21 - Exposé 3 - Jeudi, 18h00, Les Pirates	131
Loko Epiphane	
Point-wise dissipation conditions in input-to-state stability of time-delay systems and Fredholm backstepping methods for spectral operators Session parallèle 2 - Exposé 4 - Mardi, 12h00, Le Suroit	163
Lteif Ralph	
Une nouvelle classe de système de Boussinesq d'ordre supérieur/étendu pour des simulations numériques efficaces par opérateurs de "splitting" Minisymposium 12 - Exposé 3 - Mardi, 18h00, Les Pirates	87
Madir Bahae-Eddine	
Réseaux neuronaux informés par la physique pour la conduction thermique avec changement de phase Session parallèle 3 - Exposé 1 - Mardi, 11h00, Les Forbans	166
Malamut Hugo	
Transport optimal entropique : découpler l'entropie de la sous-optimalité Minisymposium 9 - Exposé 3 - Mardi, 18h00, La Passerelle	72
Martin Sébastien	
Modélisation 3D et simulation du transport mucociliaire Minisymposium 20 - Exposé 3 - Jeudi, 18h00, Les Forbans	126
Marx Swann	
La méthode des perturbations singulières pour les EDPs Minisymposium 20 - Exposé 4 - Jeudi, 18h30, Les Forbans	127
Marzorati Arsène	
Mixed precision and local error in ordinary differential equations Session parallèle 11 - Exposé 4 - Jeudi, 12h00, Les Forbans	216
Massot Josselin	
Ponio : vous reprendrez bien un peu d'intégrateur en temps ? Session parallèle 10 - Exposé 2 - Jeudi, 11h20, Le Suroit	208
Mestdagh Guillaume	
Contrôle optimal d'un réseau de neurones pour le recalage d'organe en temps réel en chirurgie augmentée Minisymposium 7 - Exposé 3 - Mardi, 15h30, Les Forbans	63
Modèle quasi-statique pour simuler les échanges ioniques dans les cellules de garde des plantes Session parallèle 6 - Exposé 2 - Mercredi, 11h20, Le Suroit	185
Milano Charlotte	
Méthode de contraste de source pour la cartographie électromagnétique en imagerie médicale Session parallèle 3 - Exposé 2 - Mardi, 11h20, Les Forbans	167

Mohammadi Bijan	
Bondzai : création d'une startup par un Enseignant-Chercheur	
Session parallèle 12 - Exposé 1 - Jeudi, 11h00, Les Pirates	219
Monteil Antonin	
Magnetic skyrmions confined in a bounded domain	
Minisymposium 10 - Exposé 3 - Mardi, 18h00, Le Suroit	77
Moreau Clément	
Multi-scale analysis and reduced models for low-Reynolds swimmers	
Minisymposium 16 - Exposé 4 - Jeudi, 16h00, Les Forbans	107
Mottier Romain	
Unfitted HHO method stabilized by polynomial extension for elliptic interface problems	
Minisymposium 4 - Exposé 3 - Lundi, 18h00, Les Pirates	48
Moussa Ayman	
Système SKT : approximation(s) et dérivation(s)	
Conférence plénière 8 - Vendredi, 11h00, La Passerelle	27
Mémin Etienne	
A consistent framework for stochastic representation of large-scale oceanic flow	
Conférence plénière 7 - Mardi, 09h30, La Passerelle	26
Nabet Flore	
Opération Postes	
Session parallèle 12 - Exposé 2 - Jeudi, 11h20, Les Pirates	220
Nancy Thomas	
Inégalités de Carleman pour une poutre de Timoshenko et applications	
Session parallèle 2 - Exposé 5 - Mardi, 12h20, Le Suroit	164
Nash Sebastian	
Single Porosity Model : Exploring the Spatial Resolution Limits in Complex Urban Patterns	
Minisymposium 11 - Exposé 3 - Mardi, 18h00, Les Forbans	82
Nasr Niami	
Une méthode de frontière immergée pour le problème inverse de la tomographie par impédance électrique	
Minisymposium 8 - Exposé 1 - Mardi, 14h30, Les Pirates	66
Natale Andrea	
Extrapolation in the Wasserstein space	
Minisymposium 22 - Exposé 3 - Vendredi, 09h30, La Passerelle	136
Nati Poltri Simone	
Asymptotic Analysis of Electrophysiology Modeling after Pulsed Field Ablation	
Session parallèle 6 - Exposé 3 - Mercredi, 11h40, Le Suroit	186
Nenna Luca	
An ordinary differential equation for entropic optimal transport and its linearly constrained variants	
Minisymposium 5 - Exposé 4 - Mardi, 16h00, La Passerelle	54
Noble Pascal	
Modélisation et étude de la formation de motifs sur des terrains érodés par un fluide	
Minisymposium 6 - Exposé 4 - Mardi, 16h00, Le Suroit	59
Olive Guillaume	
Temps minimal de contrôle pour les systèmes hyperboliques linéaires en 1D	
Minisymposium 24 - Exposé 4 - Vendredi, 10h00, Les Forbans	147
Orlando Giuseppe	
A two-scale model for two-phase flows including geometric variables	
Session parallèle 7 - Exposé 4 - Mercredi, 12h00, Les Forbans	193
Pannetier Valentin	
Modèle bidomaine couplé à un stimulateur multi-électrodes en électrophysiologie cardiaque	
Session parallèle 6 - Exposé 4 - Mercredi, 12h00, Le Suroit	187
Parisot Martin	
Conditions limites théoriques et pratiques basées sur la structure de projection des équations de Green-Naghdi	
Minisymposium 23 - Exposé 3 - Vendredi, 09h30, Le Suroit	141
Payan Maxime	
Une preuve assistée par ordinateur pour un état stationnaire d'un modèle de chimiotaxisme	
Session parallèle 3 - Exposé 3 - Mardi, 11h40, Les Forbans	168
Peaudecerf Bruno	
Optimal control of a Bose-Einstein condensate in an optical lattice	

Minisymposium 19 - Exposé 2 - Jeudi, 17h30, Le Suroit	120
Pegon Paul	
Convergence rate of entropy-regularized multi-marginal optimal transport costs	
Minisymposium 22 - Exposé 4 - Vendredi, 10h00, La Passerelle	137
Perina Ali	
Stabilisation d'un système de transmission entre un matériau élastique et une plaque de Mindlin-Timoshenko	
Session parallèle 2 - Exposé 6 - Mardi, 12h40, Le Suroit	165
Pertinand Jules	
Analyse d'un schéma HMM à un pas pour les systèmes d'EDS lents-rapides	
Session parallèle 10 - Exposé 3 - Jeudi, 11h40, Le Suroit	209
Pichard Teddy	
A moment model for non-equilibrium electrons in a plasma dominated by electron-neutral collisions	
Session parallèle 7 - Exposé 5 - Mercredi, 12h20, Les Forbans	194
Pierret Emile	
Introduction aux modèles de diffusion et étude de leur restriction au cas gaussien	
Minisymposium 3 - Exposé 3 - Lundi, 18h00, Les Forbans	43
Pouchol Camille	
Atteignabilité constructive pour les problèmes de contrôle linéaires sous contraintes de parcimonie	
Minisymposium 24 - Exposé 3 - Vendredi, 09h30, Les Forbans	146
Pouillet Pascal	
L'équation de Helmholtz et ses applications	
Session parallèle 11 - Exposé 5 - Jeudi, 12h20, Les Forbans	217
Prost Jean	
Résolution de problèmes inverses avec des autoencodeur variationnels	
Minisymposium 3 - Exposé 4 - Lundi, 18h30, Les Forbans	44
Prummel Wieke	
Exploring the Significance of Graphs in Image Processing and Computer Vision Applications	
Session parallèle 3 - Exposé 4 - Mardi, 12h00, Les Forbans	169
Rigal Mathieu	
Conditions aux bords générales pour le modèle de Boussinesq-Abbott avec fond variable	
Minisymposium 23 - Exposé 4 - Vendredi, 10h00, Le Suroit	142
Riquier Alan	
Finite Element analysis of viscous breaking waves and the limit of high Reynolds number	
Minisymposium 12 - Exposé 4 - Mardi, 18h30, Les Pirates	88
Riva Angela	
Time-Convolutionless Master Equation Applied to Adiabatic Elimination	
Minisymposium 19 - Exposé 3 - Jeudi, 18h00, Le Suroit	121
Robin Rémi	
Stabilization of a dissipative cat-qubit	
Minisymposium 19 - Exposé 4 - Jeudi, 18h30, Le Suroit	122
Rousseau Antoine	
Modélisation multi-échelle des inondations : nouveaux modèles et outils numériques	
Minisymposium 11 - Exposé 4 - Mardi, 18h30, Les Forbans	83
Roussel Robin	
Optimisation de forme de l'hélicité harmonique pour des domaines toroïdaux	
Minisymposium 18 - Exposé 4 - Jeudi, 18h30, La Passerelle	117
Ruget Simon	
Approximations effectives pour des équations elliptiques hautement oscillantes	
Minisymposium 14 - Exposé 2 - Jeudi, 15h00, La Passerelle	95
Saad Mazen	
Comportement asymptotique des solutions d'un modèle de chimiotaxie dégénéré non linéaire	
Session parallèle 4 - Exposé 4 - Mardi, 12h00, Les Pirates	175
Saigre Thomas	
Low to high order finite element methods for elliptic problems in the presence of Dirac source term	
Session parallèle 1 - Exposé 5 - Mardi, 12h20, La Passerelle	158
Salmon Stéphanie	
Modélisation du système urinaire inférieur de l'enfant	
Session parallèle 6 - Exposé 5 - Mercredi, 12h20, Le Suroit	188
Saunier Arthur	
Matrices hiérarchiques pour les problèmes à convection dominante	

Minisymposium 25 - Exposé 4 - Vendredi, 10h00, Les Pirates	152
Scagliotti Alessandro	
Weighted and uniform optimal control of ensembles of systems via Gamma-convergence	
Minisymposium 15 - Exposé 4 - Jeudi, 16h00, Le Suroit	102
Series Laurent	
PIROCK : une implémentation en C++ d'une méthode IMEX à stabilité étendue	
Session parallèle 1 - Exposé 6 - Mardi, 12h40, La Passerelle	159
Sprunck Tom	
Peut-on entendre la forme d'une pièce ?	
Session parallèle 3 - Exposé 5 - Mardi, 12h20, Les Forbans	170
Sylvestre Maxime	
Calcul du transport optimal faible	
Minisymposium 9 - Exposé 4 - Mardi, 18h30, La Passerelle	73
Talhouk Raafat	
Weak and Global solutions for the one-dimension Boussinesq-Peregrine system under small bottom variation	
Session parallèle 4 - Exposé 5 - Mardi, 12h20, Les Pirates	176
Tanguy Eloi	
Propriétés d'Optimisation de la Distance de Sliced Wasserstein Discrète	
Minisymposium 2 - Exposé 1 - Lundi, 17h00, Le Suroit	36
Tardieu Alexis	
Schémas Galerkin discontinus d'ordre arbitrairement élevé : variantes et application à l'équation d'advection-diffusion 2D	
Session parallèle 10 - Exposé 4 - Jeudi, 12h00, Le Suroit	210
Tazakkati Zoubair	
Scaling of a Coupled Electron-Ion-Neutral Boltzmann System for Hall Thrusters	
Session parallèle 11 - Exposé 6 - Jeudi, 12h40, Les Forbans	218
Tekitek Mahdi	
Stabilité numérique d'un schéma (MRT) de Boltzmann sur réseau. Comment trouver des paramètres de relaxation stables ?	
Minisymposium 21 - Exposé 4 - Jeudi, 18h30, Les Pirates	132
They Sophie	
Well-posedness of a non-local ocean-atmosphere coupling model	
Session parallèle 4 - Exposé 6 - Mardi, 12h40, Les Pirates	177
Tifouti Ishak	
Réduction de modèle locale et non-linéaire avec adaptation de maillage anisotrope	
Session parallèle 5 - Exposé 6 - Mercredi, 13h00, La Passerelle	183
Treskatis Timm	
Numerical methods for yield-stress fluids governed by integral constitutive laws	
Minisymposium 1 - Exposé 4 - Lundi, 18h30, La Passerelle	34
Trémant Léopold	
Learning non-canonical Hamiltonian dynamics	
Session parallèle 3 - Exposé 6 - Mardi, 12h40, Les Forbans	171
Van Assel Hugues	
Distributional Reduction : Unifying Dimensionality Reduction and Clustering with Gromov-Wasserstein Projection	
Minisymposium 2 - Exposé 3 - Lundi, 18h00, Le Suroit	38
Van Landeghem Céline	
Towards an elastic swimmer framework including contact	
Session parallèle 6 - Exposé 6 - Mercredi, 12h40, Le Suroit	189
Vanlaere Roman	
Non Null-Controllability Properties of the Generalized Grushin Equation on 2D-Manifolds	
Session parallèle 8 - Exposé 5 - Mercredi, 12h20, Les Pirates	199
Vergnet Fabien	
Une méthode de frontière immergée basée sur la résolution d'un problème de contrôle optimal	
Minisymposium 8 - Exposé 2 - Mardi, 15h00, Les Pirates	67
Vesseron Nina	
On a Neural Implementation of Brenier's Polar Factorization	
Minisymposium 2 - Exposé 2 - Lundi, 17h30, Le Suroit	37
Vigier Thomas	

Un schéma cinétique préservant l'asymptotique pour le modèle M1 appliqué au transport thermique non local	
Session parallèle 10 - Exposé 5 - Jeudi, 12h20, Le Suroit	211
Vuillemot Killian	
-FEM-FNO : une nouvelle approche pour entraîner un opérateur neural à résoudre des EDP sur des géométries variables.	
Minisymposium 7 - Exposé 4 - Mardi, 16h00, Les Forbans	64
Wahl Thomas	
Closed-loop neurostimulation for the treatment of schizophrenia	
Minisymposium 24 - Exposé 1 - Vendredi, 08h30, Les Forbans	144
Zelada Rodrigo	
Shape optimization with discontinuities	
Session parallèle 8 - Exposé 6 - Mercredi, 12h40, Les Pirates	200
Zorkot Ahmad	
A Lagrange-Galerkin method for the first order mean field game system	
Session parallèle 10 - Exposé 6 - Jeudi, 12h40, Le Suroit	212